

МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ДЕСКРИПТОРЫ ФОРМЫ БИНАРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СТРУКТУРИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Сидякин С.В., Визильтер Ю.В.

sersid@gosnias.ru, viz@gosnias.ru

ФГУП «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем»

о. Крит, 2014

Математическая морфология Серра

Исходный образ

Структурирующие
элементы

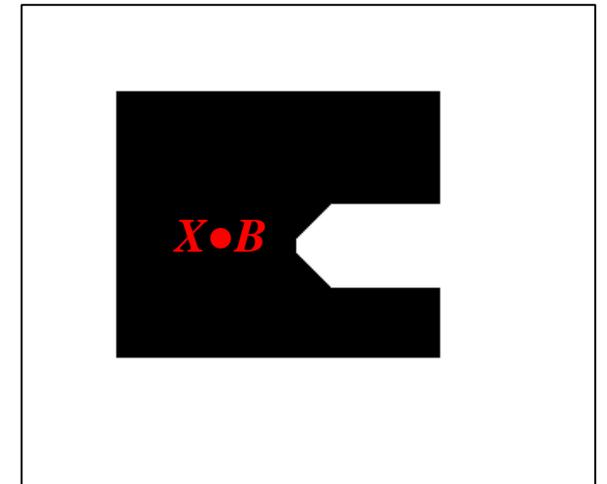
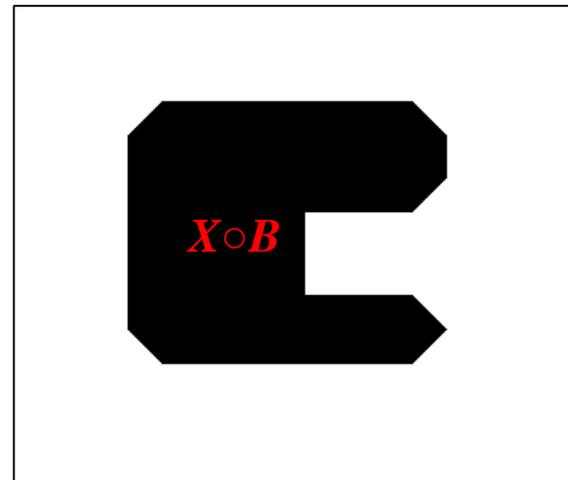
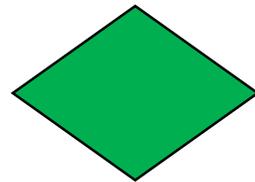
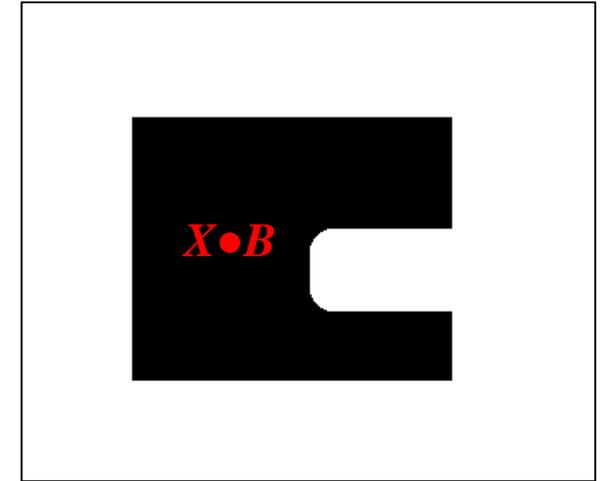
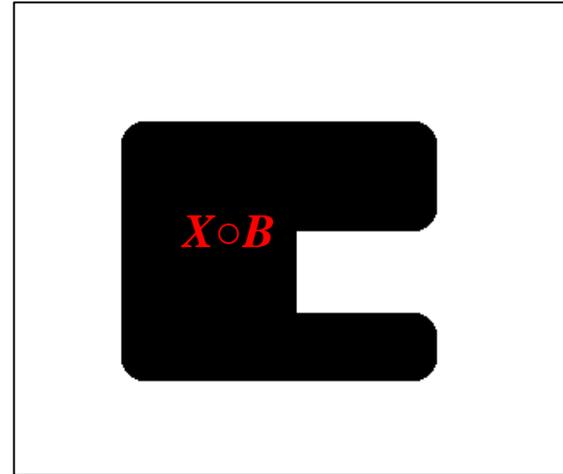
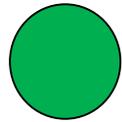
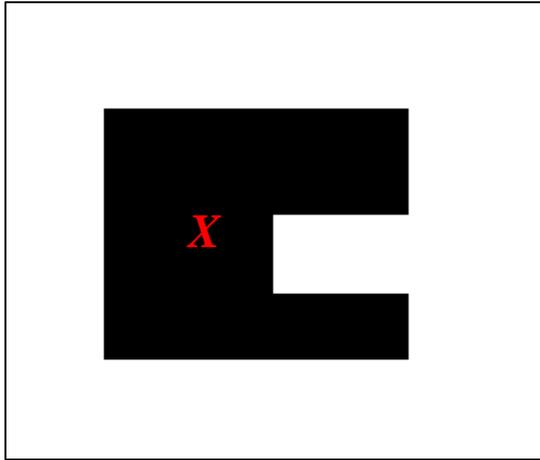
Морфологические фильтры

Открытие $X \circ B$

Заккрытие $X \bullet B$

X

B



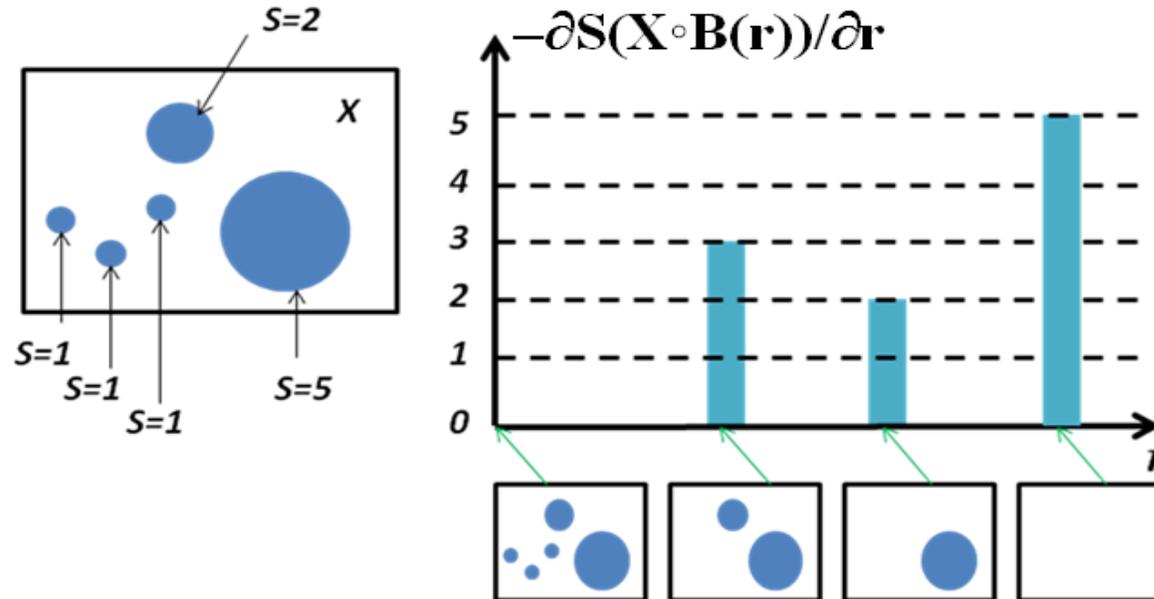
Дискретный спектр Марагоса бинарного изображения

$$PS_{X,B,\Delta r}(r_i) = - [S(X \circ B(r_i)) - S(X \circ B(r_{i+1}))] / (r_i - r_{i+1}), \quad r_i \geq 0, \quad \text{- объект}$$

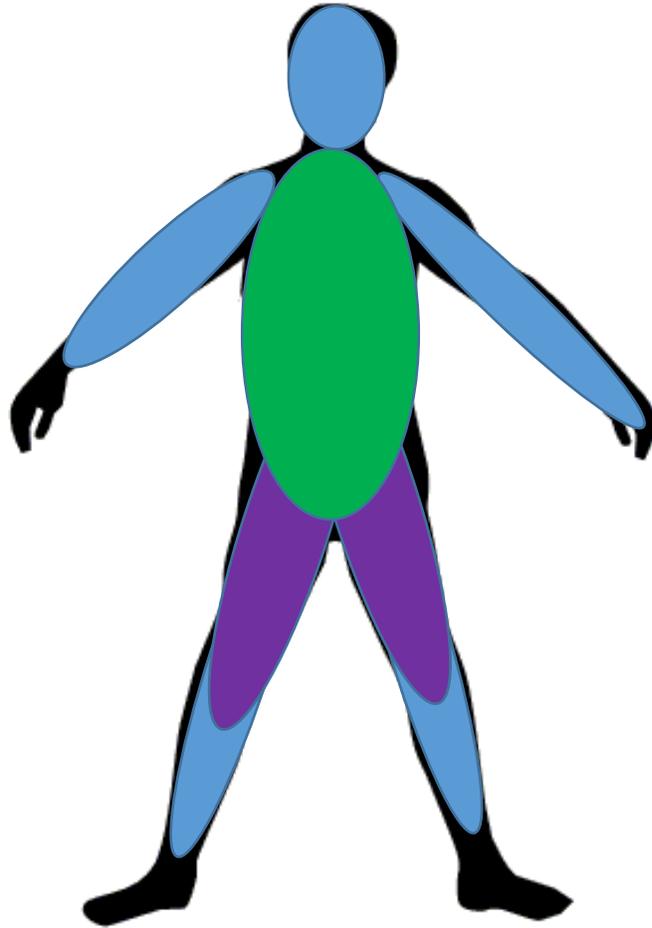
$$PS_{X,B,\Delta r}(-r_i) = [S(X \bullet B(r_i)) - S(X \bullet B(r_{i+1}))] / (r_i - r_{i+1}), \quad r_i > 0, \quad \text{- фон}$$

где $r_i = i \cdot \Delta r$, $i \in \mathbb{Z}$, Δr – шаг дискретизации размера элемента $B(r)$,

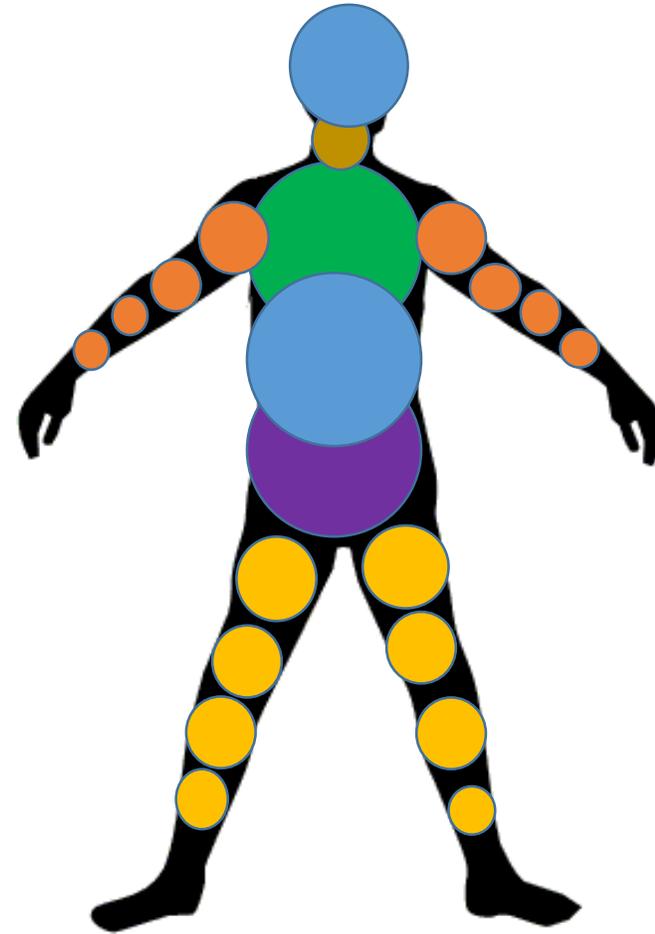
$S(X \circ B)$ и $S(X \bullet B)$ – площади открытия и закрытия образа X



Эллиптический и дисковый структурирующие элементы при описании фигуры



Эллипс



Диск

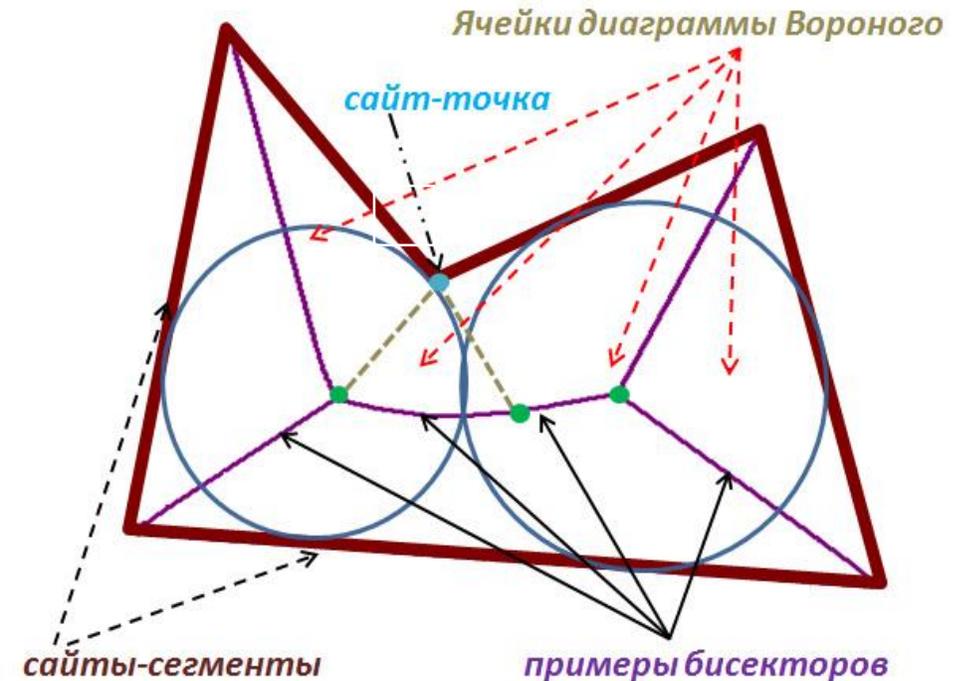
Непрерывная скелетная морфология

Скелет замкнутой области на евклидовой плоскости - множество точек-центров максимальных пустых кругов (т.е. вписанных в область).

Эффективный метод построения непрерывного скелета многоугольной фигуры использует концепцию диаграммы Вороного линейных сегментов ($O(n \cdot \log(n))$), где n – число сторон и вершин (сайтов) фигуры) [3]. Скелет многоугольной фигуры, имеющей n вершин, может быть получен за время $O(n)$ из диаграммы Вороного и состоит из прямолинейных и параболических рёбер.

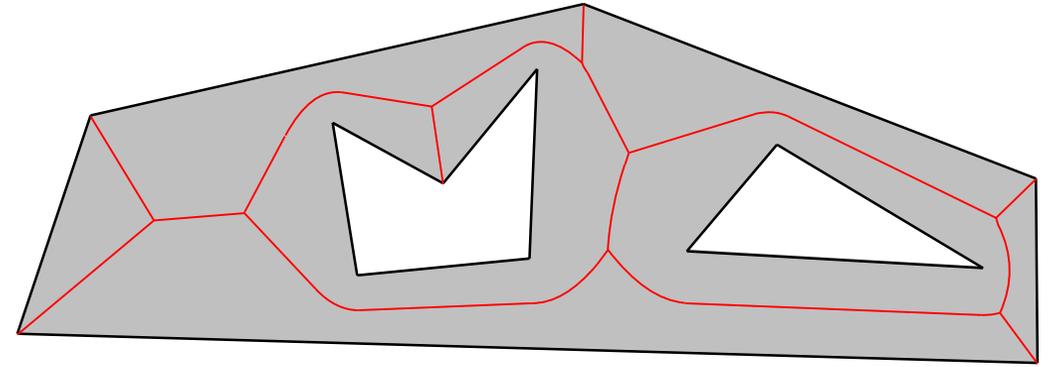
Проблемы представления непрерывного скелетного описания:

- Наличие параболических рёбер усложняет решение задач построения, хранения, обработки и использования скелетов в анализе изображений
- Парабола общего вида на плоскости описывается неявным уравнением. Это создаёт сложности для вычисления пересечений парабол, их визуализации и анализа.



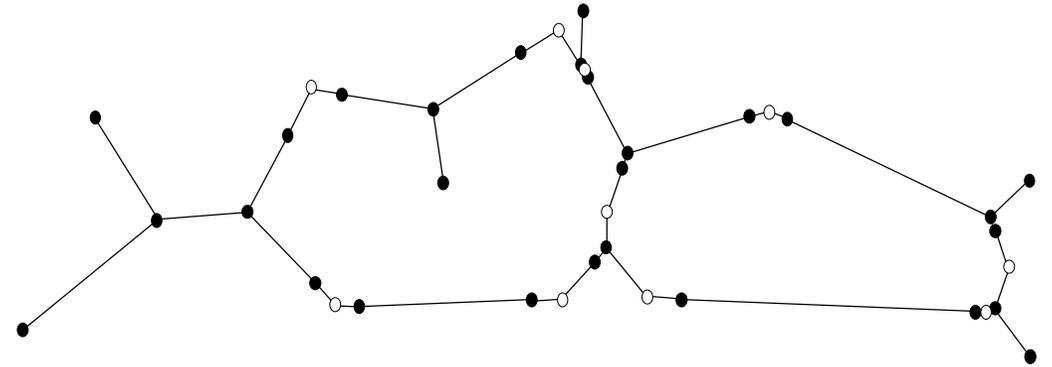
Представление скелета контрольным прямолинейным графом

Скелет многоугольной фигуры представляется составной кривой Безье, т.е. объединением некоторого множества элементарных кривых Безье первой (для линейного ребра) и второй степени (для параболического ребра) [4,5].



Составная кривая Безье

Составная кривая Безье определяется своим контрольным планарным прямолинейным графом, ребра которого не имеют самопересечений, и который образуется из характеристических многоугольников элементарных кривых Безье [4,5].



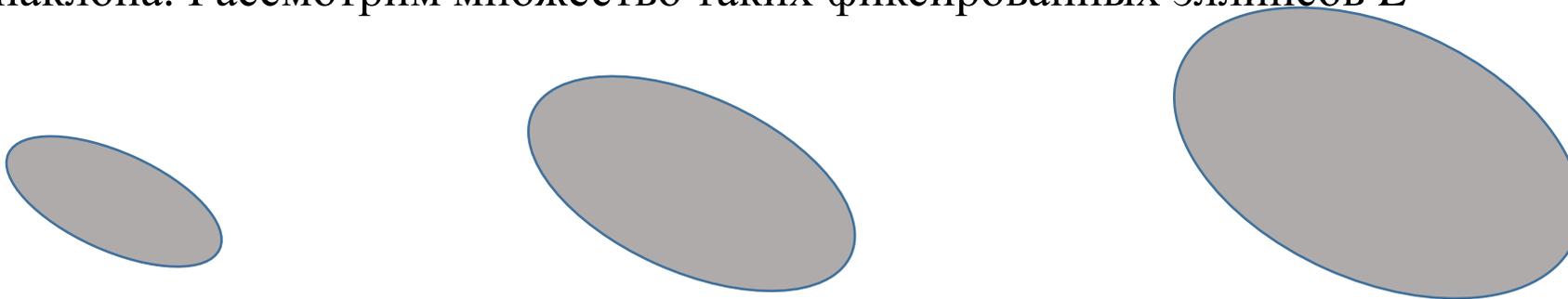
Контрольный граф

-
4. Местецкий Л.М. Скелет многоугольной фигуры – представление плоским прямолинейным графом, 2010
 5. Mestetskiy L.M. Segment Voronoi Diagram Representation by Bezier Control Graph, 2013

Идея построения эллиптического спектра

Для построения эллиптического спектра нужен эллиптический скелет

Пусть задан эллипс, у которого отношение большой и малой полуосей фиксировано, а также фиксирован угол наклона. Рассмотрим множество таких фиксированных эллипсов E



Определение 1. Пустым эллипсом будем называть эллипс из E , который целиком содержится в фигуре.

Определение 2. Максимальным пустым эллипсом называется такой пустой эллипс, который не содержится целиком ни в одном другом пустом эллипсе.

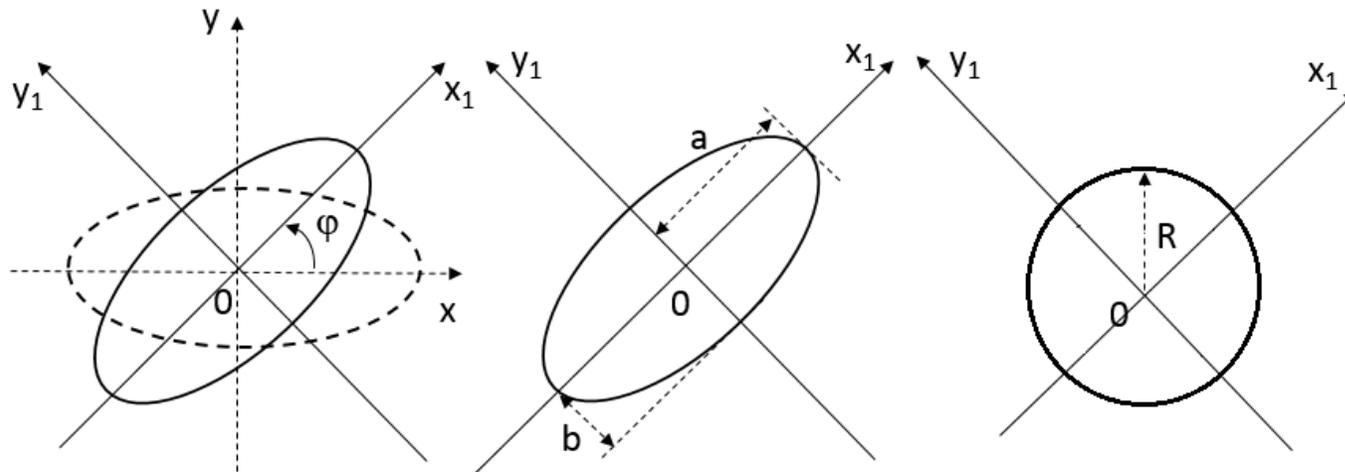
Определение 3. Эллиптическим скелетом плоской фигуры по эллиптическому СЭ называется множество центров максимальных пустых (вписанных в фигуру) эллипсов.

Идея построения эллиптического спектра (продолжение).

Для построения эллиптического скелета нужно знать прямое и обратное эквиаффинное преобразование между диском и эллипсом



Исходная многоугольная фигура

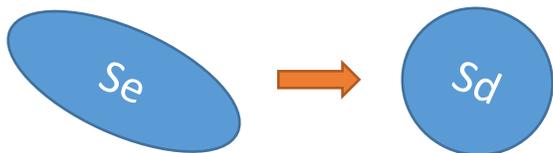


Фиксированный эллиптический СЭ и соответствующий ему диск, той же площади

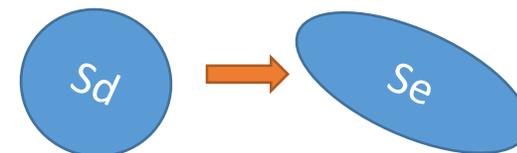
$$A_{e \rightarrow d} = \begin{pmatrix} \sqrt{b/a} & 0 \\ 0 & \sqrt{a/b} \end{pmatrix}$$

Эквиаффинное преобразование

$$A_{d \rightarrow e} = \begin{pmatrix} \sqrt{a/b} & 0 \\ 0 & \sqrt{b/a} \end{pmatrix}$$

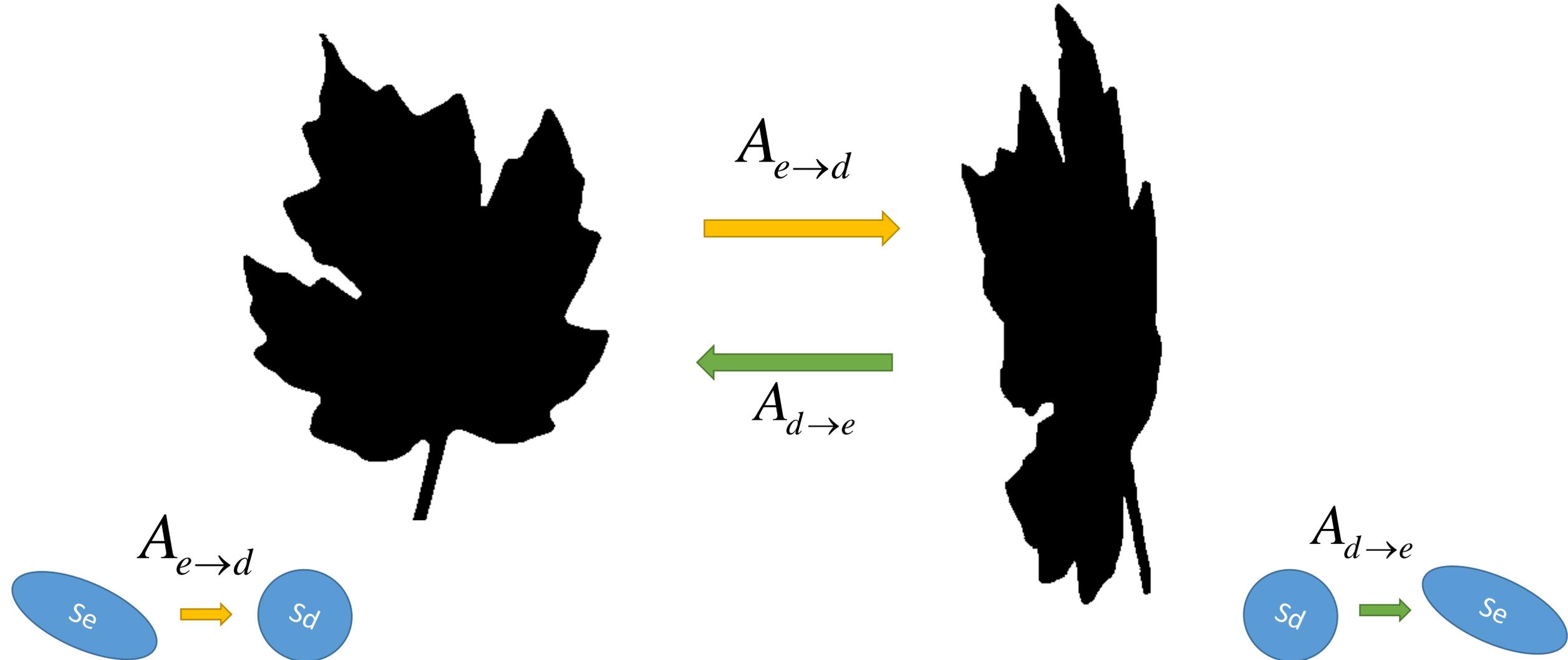


$$S_e = S_d$$



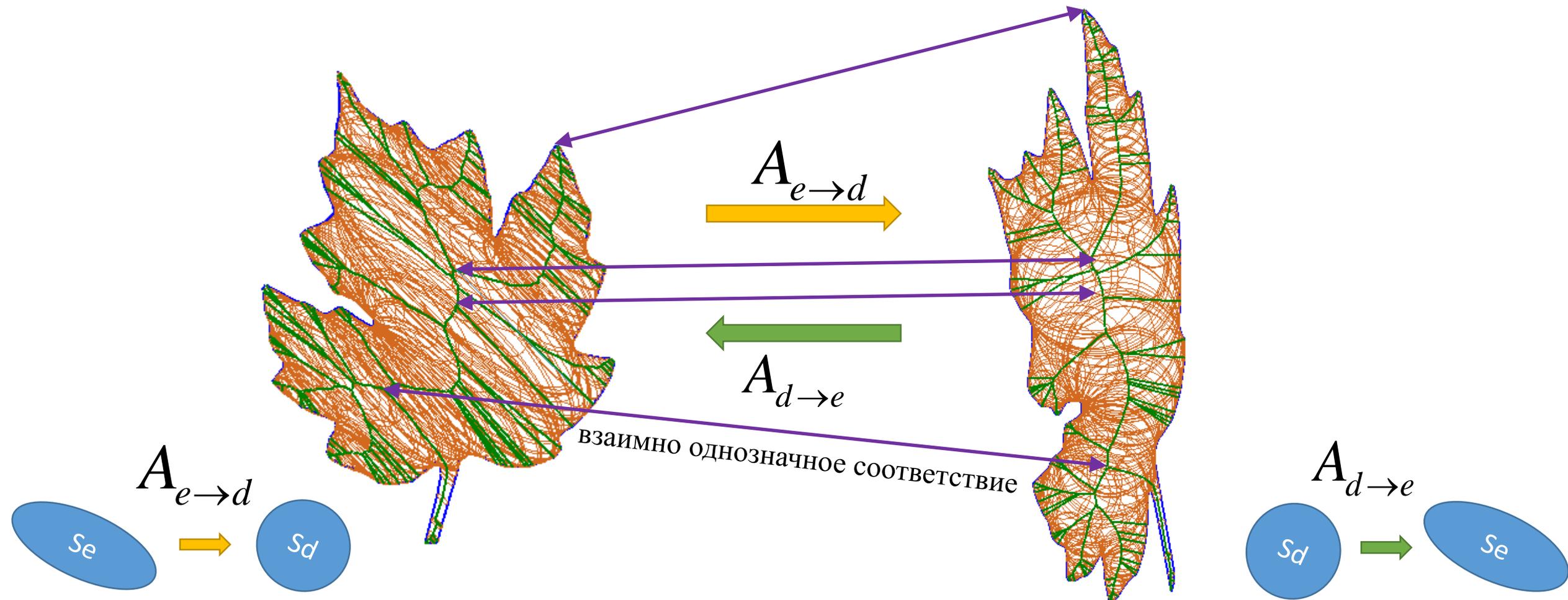
Идея построения эллиптического спектра (продолжение).

Для построения эллиптического скелета нужно применить прямое эквиаффинное преобразование эллипса в диск к точкам исходного контура



Идея построения эллиптического спектра (продолжение).

Для построения эллиптического скелета нужно построить дисковый скелет преобразованного контура и применить обратное эквивал. преобразование



Скелет многоугольной фигуры по фиксированному эллиптическому СЭ.

Алгоритм и основные утверждения.

Т.к. дисковый скелет эквиаффинной многоугольной фигуры представляет собой связный планарный граф, а при эквиаффинном преобразовании связность графов не нарушается, то:

Утверждение 1. Эллиптический скелет многоугольной фигуры представляет собой связный планарный граф, ребра которого являются отрезками прямых или сегментами парабол.

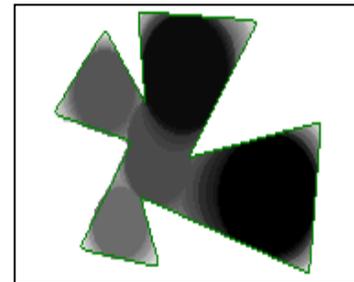
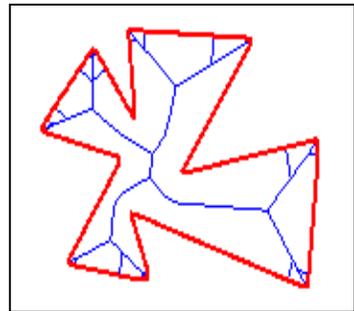
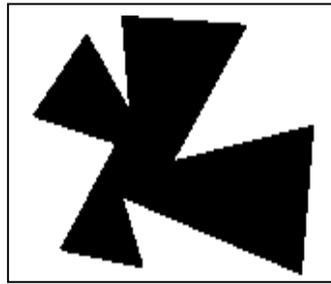
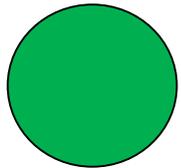
Утверждение 2. Процедура вычисления эллиптического скелета многоугольной фигуры с фиксированным эллиптическим СЭ линейно сводится к процедуре вычисления скелета с дисковым структурирующим элементом.

Алгоритм вычисления эллиптического скелета:

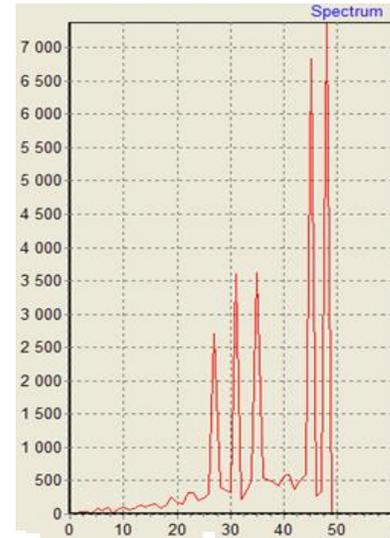
- 1) Определение прямого и обратного эквиаффинного преобразования по заданному эллиптическому СЭ ;
- 2) Преобразование многоугольной фигуры в эквиаффинную многоугольную фигуру путем применения эквиаффинного преобразования ко всем вершинам многоугольной фигуры ($O(n)$, n - число вершин фигуры);
- 3) Быстрое вычисление дискового скелета эквиаффинной многоугольной фигурой с использованием обобщенной диаграммы Вороного ($O(n \cdot \log n)$, где n – число сторон и вершин (сайтов) исходной фигуры);
- 4) Обратное преобразование дискового скелета эквиаффинной многоугольной фигуры в эллиптический скелет многоугольной фигуры путем применения обратного эквиаффинного преобразования ко всем узлам и вершинам дискового скелета эквиаффинной многоугольной фигуры ($O(n)$, n - число узлов дискового скелета эквиаффинной многоугольной фигуры).

Построение дискового спектра

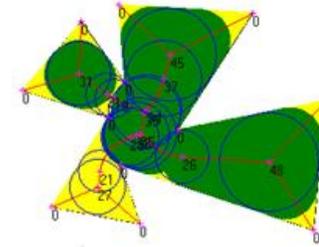
Структурирующий
Элемент - Диск



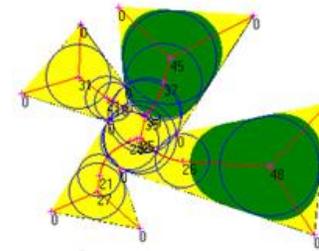
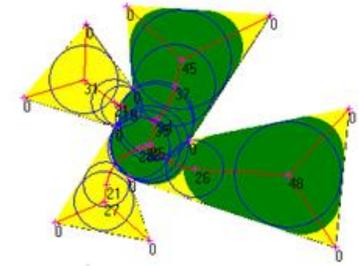
$PS_X(r)$



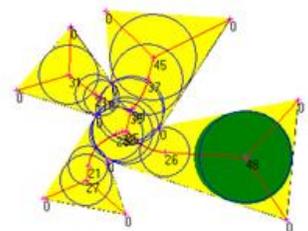
$r=31$



$r=34$



$r=45$



$r=48$

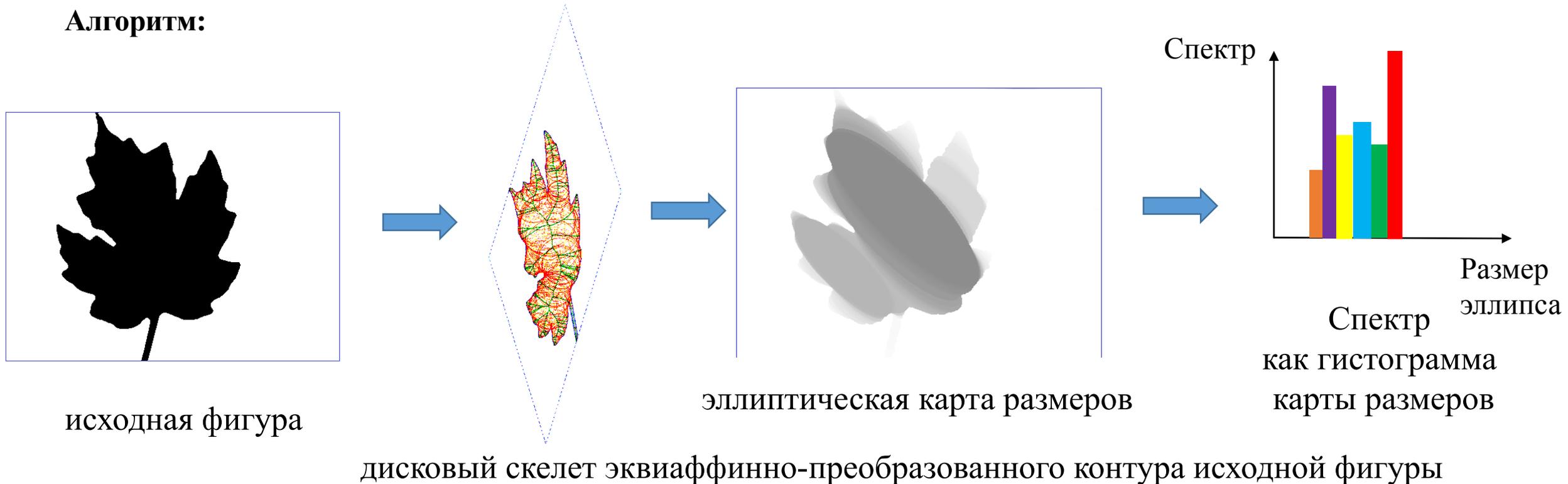
Дисковый морфологический спектр
и пиковые составляющие формы фигуры

Вычислительно эффективный алгоритм построения морфологических дескрипторов с фиксированным эллиптическим СЭ

Определение 4. *Эллиптическая карта размеров* по максимальному эллиптическому СЭ - двумерная функция, определенная на заданном изображении и принимающая в каждой точке изображения значение, равное *размеру* покрывающего данную точку максимального пустого эллипса наибольшей площади.

Определение 5. *Эллиптический спектр размеров* по максимальному эллиптическому СЭ - гистограмма эллиптической карты толщин изображения по максимальному эллиптическому элементу.

Алгоритм:



Эллиптические спектры и карты факторов формы по максимальным эллиптическим структурирующим элементам

E - множество всех возможных эллипсов.

Определение 6. *Пустой эллипс* - эллипс из E , который целиком содержится в фигуре.

Определение 7. *Максимальный пустой эллипс* - пустой эллипс, который не содержится целиком ни в одном другом пустом эллипсе из E .

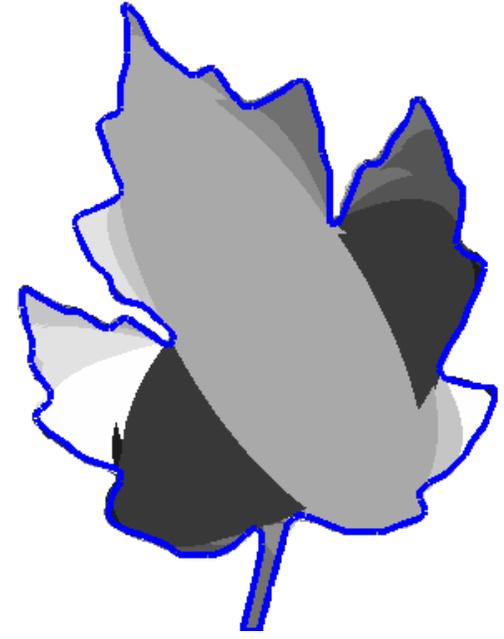
Определение 8. *Эллиптическая карта размеров* фигуры по максимальным эллиптическим СЭ - двумерная функция, определенная на заданном кадре и принимающая в каждой точке кадра значение, равное размеру покрывающего данную точку максимального пустого эллипса наибольшей площади, вписанного в фигуру.

Определение 9. *Эллиптическая карта направлений* по максимальному эллиптическому СЭ - двумерная функция, определенная на заданном кадре и принимающая в каждой точке кадра значение, равное ориентации покрывающего данную точку максимального пустого эллипса наибольшей площади, вписанного в фигуру или фон.

карта размеров



карта направлений



Эллиптические спектры и карты факторов формы по максимальным эллиптическим структурирующим элементам

Определение 10. *Эллиптическая карта вытянутости* по максимальному эллиптическому элементу - двумерная функция, определенная на заданном кадре и принимающая в каждой точке кадра значение, равное вытянутости покрывающего данную точку максимального пустого эллипса наибольшей площади, вписанного в фигуру или фон (если точка принадлежит фигуре или фону соответственно).

Определение 11. *Эллиптический спектр размеров* по максимальному эллиптическому СЭ - гистограмма эллиптической карты размеров (толщин) изображения по максимальному эллиптическому элементу.

Определение 12. *Эллиптический спектр направлений* по максимальному эллиптическому СЭ - гистограмма эллиптической карты направлений по максимальному эллиптическому элементу.

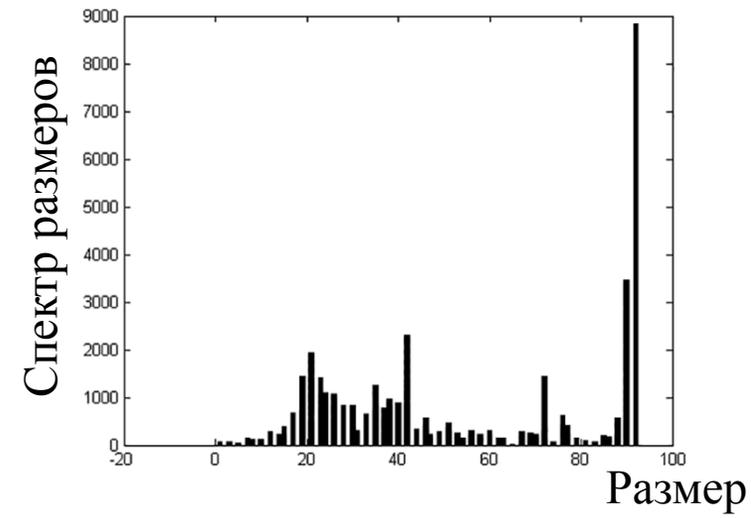
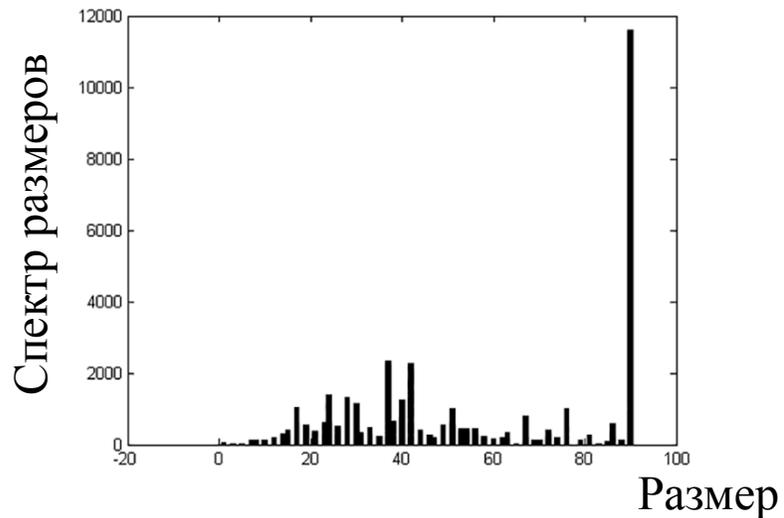
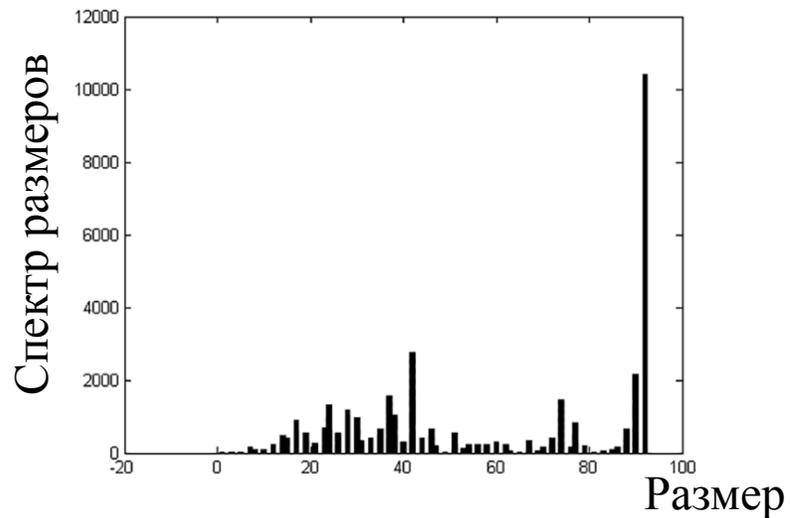
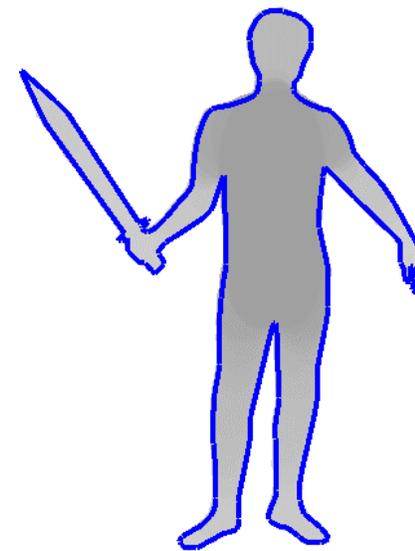
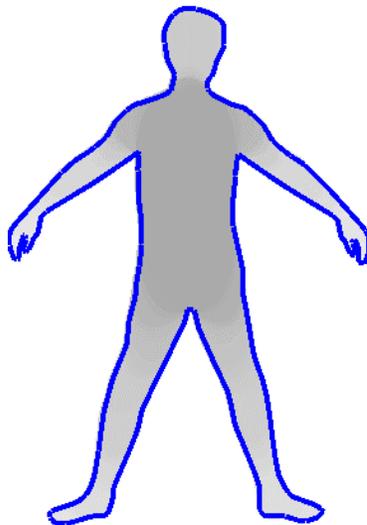
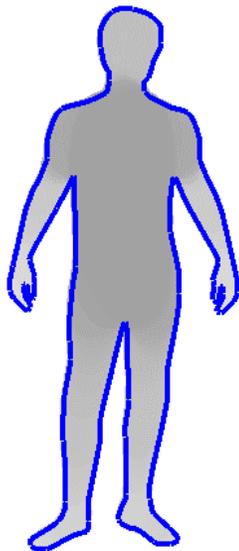
Определение 13. *Эллиптический спектр вытянутости* по максимальному эллиптическому СЭ - гистограмма эллиптической карты вытянутости по максимальному эллиптическому элементу.

Свойства простых (одномерных) эллиптических спектров:

- Спектры размеров инвариантны к сдвигу-повороту.
- Спектры направлений инвариантны к сдвигу-масштабу.
- Спектры вытянутости инвариантны к сдвигу, масштабу и повороту изображения.

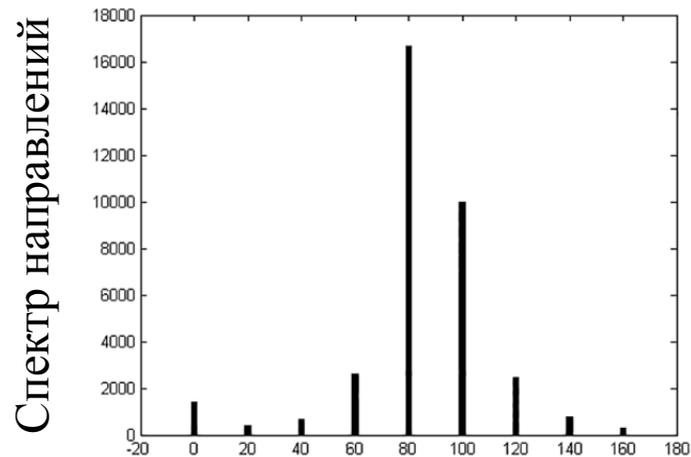
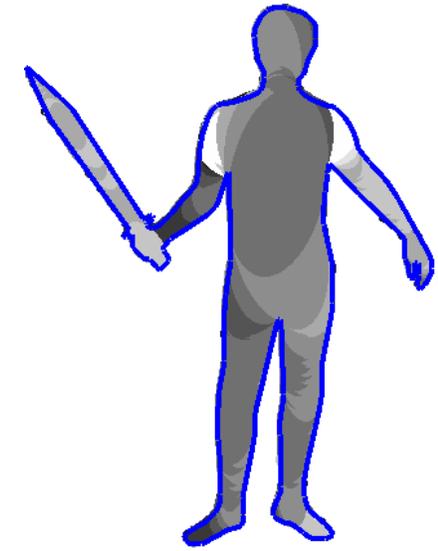
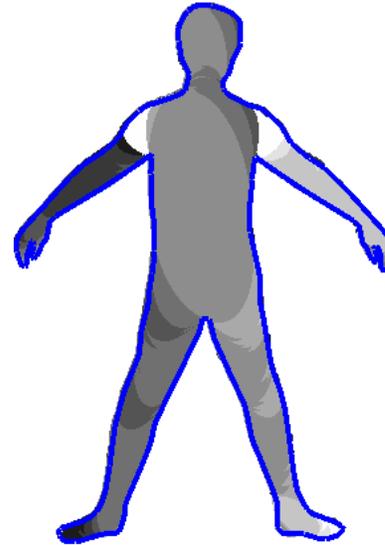
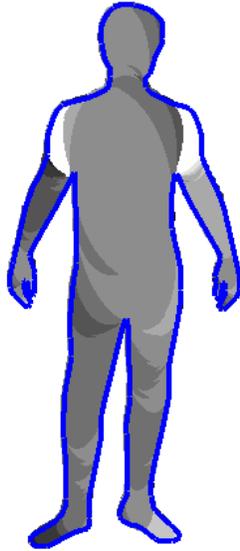
Определение 11. *Эллиптический спектр размеров* по максимальному эллиптическому СЭ - гистограмма эллиптической карты размеров (толщин) изображения по максимальному эллиптическому элементу.

Карты размеров

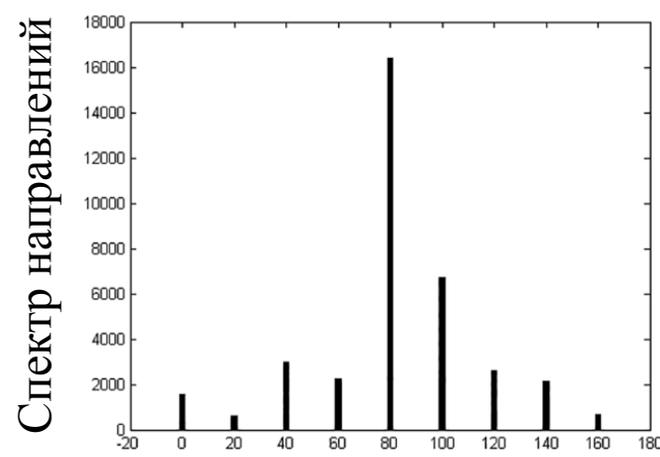


Определение 12. *Эллиптический спектр направлений* по максимальному эллиптическому СЭ - гистограмма эллиптической карты направлений по максимальному эллиптическому элементу.

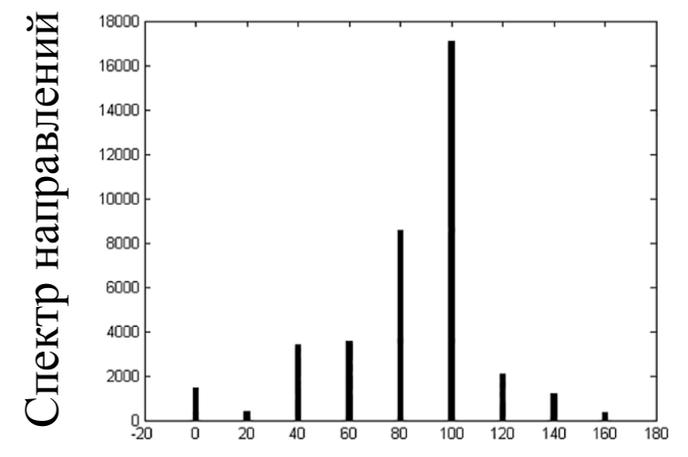
Карты направлений



Направление



Направление



Направление

Эллиптические спектры и карты факторов формы по максимальным эллиптическим структурирующим элементам

Определение 14. Эллиптическими спектрами размера-направления, размера-вытянутости и вытянутости-направления по максимальному эллиптическому СЭ будем называть двумерные совместные гистограммы соответствующих пар карт по максимальному эллиптическому СЭ.

Алгоритм 2.

Вход: бинарное изображение двумерной фигуры размера.

Выход: Набор эллиптических спектров по факторам размера и формы.

1. Вычислить по алгоритму 1 эллиптические карты размеров для всех фиксированных эллиптических СЭ с параметрами в заданном диапазоне и изменяющимися с заданным шагом.
2. Получить эллиптические карты по факторам размера и формы для всех возможных эллипсов, последовательно просканировав все пикселы во всех картах размера, найдя максимальный эллипс наибольшей площади, покрывающий данную точку, и его параметры.
3. Вычислить спектры по факторам размера и формы как гистограммы соответствующих карт.

Выводы

Предложен аналитический подход к вычислению непрерывных эллиптических скелетов.

Описана связь между эллиптическими и дисковыми скелетами.

Предложен вычислительно эффективный дискретно-непрерывный подход к построению морфологических спектров с эллиптическими структурирующими элементами на основе эллиптических скелетов.

Введены понятия морфологических эллиптических карт и спектров размеров, направлений, вытянутости, на основе которых определены также двумерные спектры по различным сочетаниям факторов размера и формы.

Предложенные дескрипторы более информативные и чувствительные, чем дисковые спектры, поскольку содержат, наряду с информацией о локальной толщине фигуры, также информацию о локальных вытянутости и направлении.

Спасибо за внимание!