

Домашнее задание по материалу 8-го семинара.
ММП, осень 2012–2013
22 ноября

1. Прорешайте все задачи из материалов прошлого семинара.
2. Рассмотрим задачу с двумя классами и линейно разделяемой обучающей выборкой. Вот задача оптимизации, соответствующая построению оптимальной разделяющей гиперплоскости:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\|\mathbf{w}\|^2 \rightarrow \min_{\mathbf{w}, w_0}; \\ y_i(\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle - w_0) \geq 1, \end{cases} \quad \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n. \quad (1)$$

Докажите, что оптимальная разделяющая гиперплоскость не изменится, если единицы в правых частях всех условий-неравенств одновременно заменить произвольным числом $\gamma > 0$.

3. Докажите, что половина ширины разделяющей полосы ρ , соответствующей решению задачи (1), вычисляется следующим образом:

$$\frac{1}{\rho^2} = \sum_{i=1}^{\ell} \lambda_i,$$

где λ_i — решения следующей задачи, двойственной к (1):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{\ell} \lambda_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} \lambda_i \lambda_j y_i y_j \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle \rightarrow \max_{\boldsymbol{\lambda}}; \\ \sum_{i=1}^{\ell} \lambda_i y_i = 0; \\ \lambda_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, \ell. \end{cases} \quad (2)$$