



17-я Всероссийская конференция с международным участием  
«Математические методы распознавания образов - 2015»,

г. Светлогорск, Калининградская область, 19-25 сентября 2015

# Морфологическая фильтрация изображений на основе взаимного контрастирования\*

*Рубис. А.Ю., Лебедев М.А., Визильтер Ю.В.*  
*arubis@gosniias.ru*



*Москва, ФГУП «Государственный научно-исследовательский институт  
авиационных систем»*

---

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 14-07-00914-а.

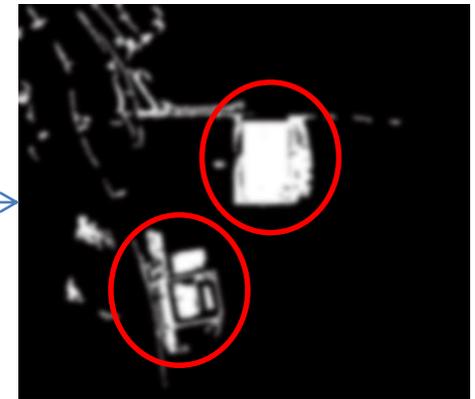
# Прикладная мотивировка: Задача выделения отличий в сценах

Выделение отличий между изображениями является актуальной задачей анализа изображений в различных областях технического зрения:

- Дистанционное зондирование и аэрофотосъемка
- Системы видеонаблюдения
- Фотограмметрия...



Выделение отличий



**Результат выделения отличий должен быть устойчив к сезонной, суточной, погодной и др. изменчивости изображений**

# В данной работе:

- 1) В качестве функционального обобщения морфологии Пытьева предлагается схема *компаративной морфологии*, основанная на выделении круга решаемых задач сравнения изображений и типовых морфологических средств их решения.
- 2) Для формального описания сравнивающих фильтров вводится понятие *взаимного фильтра*, принимающего на вход два изображения и фильтрующего одно из них с учетом другого.
- 3) Для решения практических задач сравнения изображений предлагается класс сравнивающих *фильтров на основе взаимного контрастирования*, которые обеспечивают устойчивость сравнения как при яркостных, так и при незначительных геометрических изменениях в сцене, и при этом, в отличие от Пытьевских сравнивающих фильтров, не требуют предварительной сегментации изображения и не зависят от ее качества.

- **Морфология Пытьева и обобщенная схема компаративной морфологии**
- Морфологические фильтры на основе взаимного контрастирования
- Алгоритм нормализации фона на основе взаимного контрастирования по пирамиде изображений
- Результаты экспериментов и выводы

# Морфология Пытьева: Задачи

С точки зрения задач, морфология Пытьева направлена на *сравнение изображений по форме*, что предполагает решение следующих **основных подзадач**:

- *оценка сходства изображений* (опознание изображений одной сцены/одного класса);
- *выделение отличий* между изображениями (формами);
- *взаимная привязка* изображений (matching);
- *сравнение по сложности* изображений (форм).
- *сравнение изображений по форме* (т.е. сравнение изображения с формой, image-to-shape comparison)
- *сравнение форм* между собой (shape-to-shape comparison, оценка сходства/различия форм)

# Морфология Пытьева: Средства

- Форма изображения описывается тремя способами – как *структура в пространстве кадра* (мозаичное разбиение кадра на непересекающиеся области):

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n f_i \chi_{F_i}(x, y),$$

где  $n$  – число областей *разбиения*  $\mathbf{F}$  кадра  $\Omega$  на связные непересекающиеся области постоянной яркости  $\mathbf{F} = \{F_1, \dots, F_n\}$ ;  $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_n)$  – вектор действительных значений яркости, соответствующих каждой области разбиения;  $\chi_{F_i}(x, y) \in \{0, 1\}$  – характеристическая функция  $i$ -й области яркости:

$$\chi_{F_i}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } (x, y) \in F_i \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

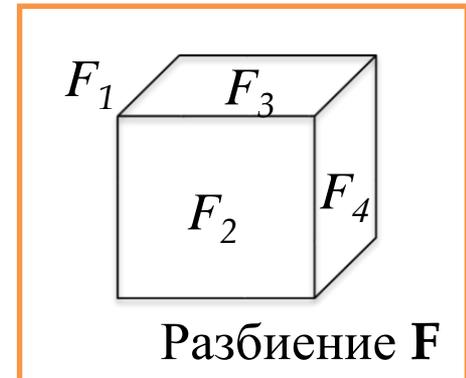
- Второй способ описания - *многообразие в пространстве изображений* (линейное подпространство  $F \subseteq L^2(\Omega)$ ):)

$$\mathbf{F} = \left\{ f(x, y) = \sum_{i=1}^n f_i \chi_{F_i}(x, y), \quad \mathbf{f} = \{f_1, \dots, f_n\}, \mathbf{f} \in R^n \right\}$$

- Кроме того, форма задается и как *морфологический оператор в пространстве изображений* (проектор на данное многообразие, содержащее изображения с данной структурой, в данном случае проекция изображения  $g$  на форму  $F$ ):

$$g_F(x, y) = P_F g(x, y) = \sum_{i=1}^n g_{F_i} \chi_{F_i}(x, y), \quad (1)$$

$$g_{F_i} = (\chi_{F_i}, g) / \|\chi_{F_i}\|^2, \quad i = 1, \dots, n.$$



# Морфология Пытьева: Средства

- Имеется *способ получения описания формы изображения по заданному эталону* (сегментация изображения на области с регуляризацией). В простейшем случае эталон – единственное изображение, но возможна и оценка формы по набору изображений одной и той же сцены.
- Сравнение изображения с формой осуществляется как *сравнение изображения с его проекцией на форму (1)*.
- Численная мера сходства изображения с формой является нормированный *морфологический коэффициент корреляции (МКК)*, вычисляемый как отношение нормы проекции  $P_F g$  к норме проецируемого изображения  $g$ :

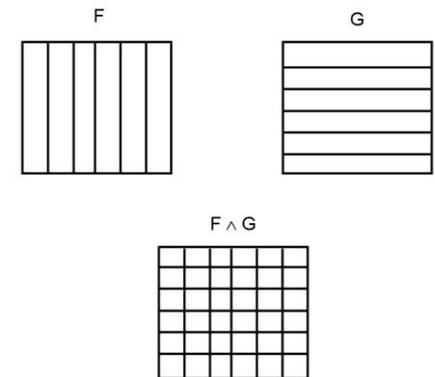
$$K_M(g, F) = \frac{\|P_F g\|}{\|g\|}$$

# Морфология Пытьева: Средства

- Выделение отличий между изображениями осуществляется на основе *морфологической нормализации фона* – вычисления разности между изображением и его проекцией:

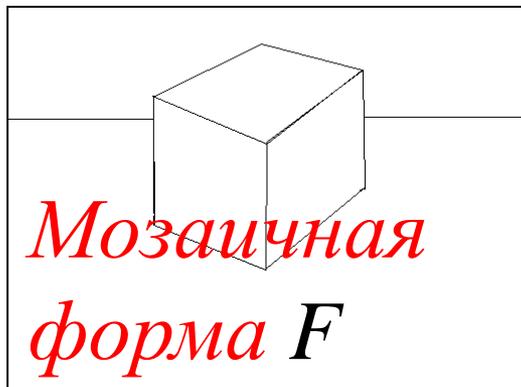
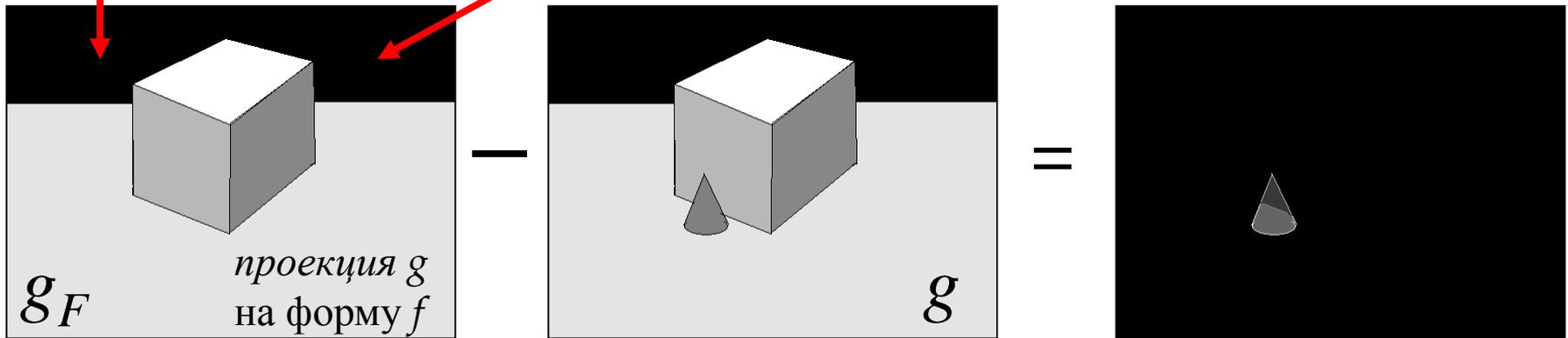
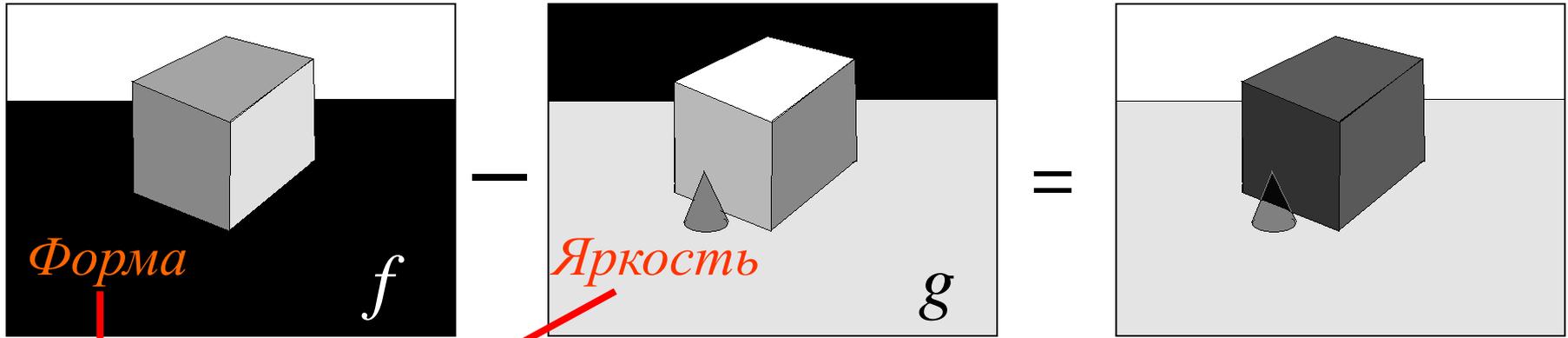
$$\Delta g_F = |P_F g - g|$$

- Сравнение изображений (форм) по сложности основано на том, что формы образуют *решетку* (complete lattice) *по сложности*, т.е. отношения «сложнее по форме» и «проще по форме» являются отношениями частичного порядка на множестве изображений (форм), для любых двух форм могут быть указаны их супремум и инфимум по сложности



- Отношения «сложнее по форме» и «проще по форме» могут быть определены для каждого из трех морфологических способов описания формы.

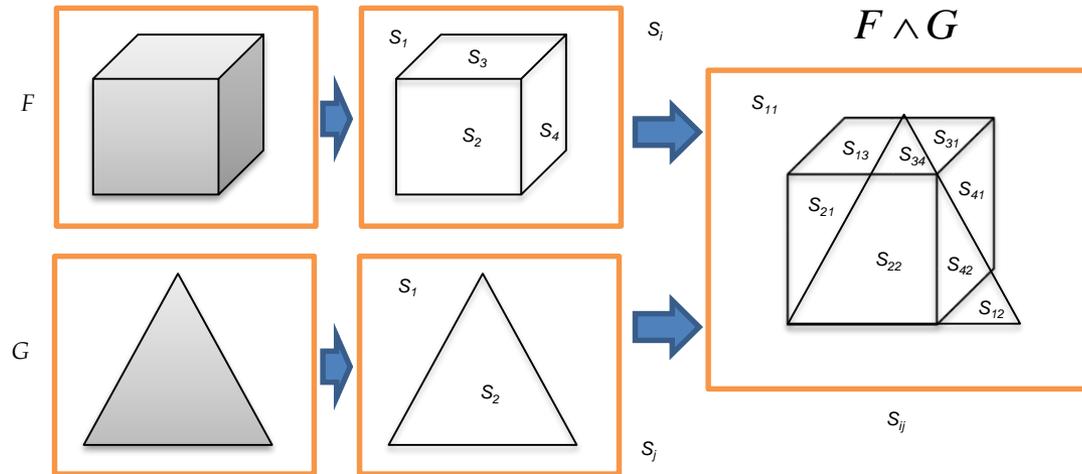
# Морфология Пытьева (сравнение по форме)



## Сравнение изображений по форме:

- Выделить связные области изображения  $f$ .
- Вычислить средние яркости  $g$  по областям  $f$ .
- Вычислить  $g_F =$  области  $f$  с яркостями от  $g$ .
- **Оценка сходства:** МКК  $Km(g, F) = \|g_F\| / \|g\|$
- **Выделение отличий:**  $\Delta m(g, F) = |g - g_F|$

# Морфология Пытьева+ (сравнение форм)



- Сравнение форм по сходству/различию может осуществляться при помощи мер сходства (морфологических коэффициентов корреляции форм) например, среднеквадратического коэффициента морфологической корреляции, и мер различия (метрик сравнения форм), оценки геометрических отличий:

$$K_M^2(F, G) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \frac{S_{ij}}{S} \frac{S_{ij}}{S} \quad d_H(F, G) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p_{ij} d_H(G_j, F_i),$$

где  $n$  и  $m$  – соответствующие количества областей разбиения  $F$  и  $G$ ;

$p_i = S_i / S$  – нормированная площадь области разбиения  $F_i$ ;  $p_j = S_j / S$  – нормированная площадь области разбиения  $G_j$ ;  $p_{ij} = S_{ij} / S$  – нормированная площадь пересечения  $F_i \cap G_j$ ;  $d_H(G_j, F_i) = p_i + p_j - 2p_{ij}$  – нормированное расстояние Хэмминга между областями разбиения  $F_i$  и  $G_j$ .

# Обобщение: Компаративная морфология (задачи)

Под компаративной морфологией (*comparative morphology*, СМ) предлагается понимать математическую теорию формы, которая обеспечивает решение следующих основных задач анализа изображений:

- оценка сходства изображений;
- выделение отличий между изображениями (формами);
- взаимная привязка изображений;
- сравнение изображений (форм) по сложности;
- оценка сходства/различия форм.

# Обобщение: Компаративная морфология (средства)

- Возможность описания формы изображения тремя эквивалентными способами – *структура* в пространстве кадра, *многообразие* в пространстве изображений, *морфологический оператор* в пространстве изображений.
- Способ *автоматического получения описания формы изображения по заданному эталону* или эталонному набору изображений.
- *Морфологический коэффициент корреляции (МКК)* для оценки сходства изображения с формой. Используется также для решения задачи взаимной привязки изображений (matching).

# Обобщение: Компаративная морфология (средства)

- *Способ выделения отличий* между изображениями на основе морфологической нормализации фона – вычисления разности между изображением и его проекцией.
- *Способ относительного сравнения форм по сложности*, причем отношения «сложнее по форме» и «проще по форме» должны быть определены для каждого из трех морфологических способов описания формы.
- *Способ сравнения форм по сходству/различию* при помощи мер сходства (*морфологических коэффициентов корреляции форм*) и мер различия (*морфологических метрик сравнения форм*)

- Морфология Пытьева и обобщенная схема компаративной морфологии
- **Морфологические фильтры на основе взаимного контрастирования**
- Алгоритм нормализации фона на основе взаимного контрастирования по пирамиде изображений
- Результаты экспериментов и выводы

# Традиционная схема компаративной фильтрации: «один вход – один выход»

$\Omega$  - множество (пространство) образов (изображений), характерных для некоторой морфологической системы;

$\psi: \Omega \rightarrow \Omega$  - морфологический оператор;

$\Psi$  - множество морфологических операторов (некоторого типа), характерных для некоторой морфологической системы;

$a, b, c, \dots \in \Omega$  - образы (изображения);

$A, B, C, \dots \in \Omega^\Omega$  - соответствующие формы-многообразия в пространстве образов (формы как множества образов);

$\psi_A, \psi_B, \psi_C, \dots \in \Psi$  - соответствующие формы-операторы (морфологические фильтры по форме).

# Взаимная компаративная фильтрация: «два входа – один выход»

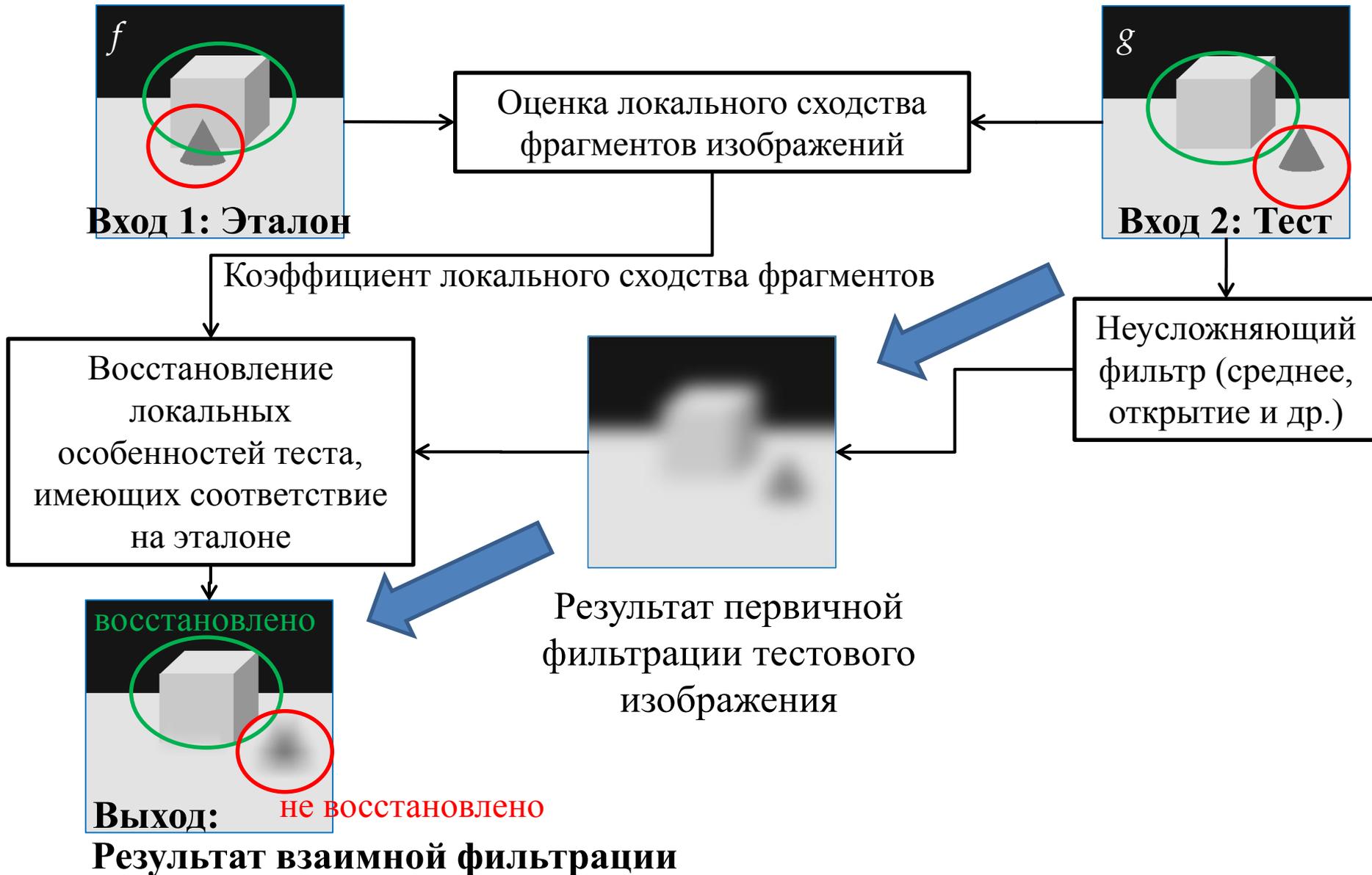
В рамках введенного понятия компаративной морфологии введем компаративный фильтр для двух входных изображений следующего вида:

$$\psi(f, g): \Omega \times \Omega \rightarrow \Omega$$

При любом фиксированном  $f \in \Omega$  фильтр  $\psi_f(g) = \psi(f, g)$  является морфологическим фильтром.

Компаративный фильтр будем называть *взаимным*, если невозможно как-либо заранее обучить некий фильтр выполнять такую операцию на эталоне  $f$ , чтобы потом фильтровать любое тестовое изображение  $g$  этим фильтром

# Идея взаимной компаративной фильтрации



# Взаимный компаративный фильтр на основе глобальной корреляции изображений

Рассмотрим следующий пример взаимной фильтрации:

$$\varphi(f(x, y), g(x, y)) = g_0(x, y) + |K(f, g)| (g(x, y) - g_0(x, y)),$$

где  $g_0(x, y) \equiv \text{mean}(g(x, y))$ ,  $K(f, g)$  – нормированный коэффициент линейной корреляции

$$K(f, g) = \frac{(f - f_0, g - g_0)}{\|f - f_0\| \|g - g_0\|}$$

При этом  $\varphi(f, f) = f$ . Кроме того,

$$K_M(f, g) = \frac{\|\varphi(f, g) - g_0\|}{\|g - g_0\|} = |K(f, g)|.$$

# Взаимный компаративный фильтр на основе локальной корреляции изображений

$$\varphi^w(f, g)(x, y) = g_0^{w(x,y)}(x, y) + |K(f^{w(x,y)}, g^{w(x,y)})| (g(x, y) - g_0^{w(x,y)}(x, y))$$

где  $g^{w(x,y)}(u, v) = \{ g(x, y), \text{ если } (u, v) \in w(x, y);$

$0 - \text{ в противном случае} \}$ ,

$g_0^{w(x,y)} \equiv \text{mean}(g_0^{w(x,y)}(x, y)) - \text{среднее значение } g(x, y) \text{ по окну } w(x, y);$

$K(f^{w(x,y)}, g^{w(x,y)}) - \text{локальный нормированный коэффициент корреляции в окне:}$

$$K(f, g) = \frac{(f^{w(x,y)} - f_0^{w(x,y)}, g^{w(x,y)} - g_0^{w(x,y)})}{\|f^{w(x,y)} - f_0^{w(x,y)}\| \|g^{w(x,y)} - g_0^{w(x,y)}\|} \quad (1)$$

*Взаимный компаративный фильтр на основе локальной поисковой корреляции изображений:*

$$\varphi^{w,p}(f, g)(x, y) = g_0^{w(x,y)}(x, y) + \max_{(u,v) \in p(x,y)} |K(f^{w(u,v)}, g^{w(x,y)})| (g(x, y) - g_0^{w(x,y)}(x, y)), (2)$$

где  $p(x, y) - \text{зона поиска соответствия фрагментов изображения } g \text{ на эталоне } f.$

# Компаративный фильтр на основе взаимного контрастирования

Определение. *Компаративным фильтром на основе взаимного контрастирования будем называть функцию вида*

$$\varphi_a^w(f, g)(x, y) = g_0^{w(x,y)}(x, y) + a(f, g^{w(x,y)}) (g(x, y) - g_0^{w(x,y)}(x, y)), \quad (3)$$

где  $\forall f, g \in \Omega$ :

$$a(f, g^{w(x,y)}) \in [0, 1], \quad a(g, g^{w(x,y)}) = 1, \quad a(o, g^{w(x,y)}) = 0.$$

Здесь  $a(f, g^{w(x,y)})$  – локальный коэффициент взаимного сходства фрагмента изображения  $g^{w(x,y)}$  с элементами изображения  $f$ ,  $o(x, y) = \text{const}$  – простейшее постоянное изображение.

Свойства компаративного фильтра (3)

- 1)  $\varphi_a^w(f, f) = f$ ;
- 2)  $\varphi_a^w(o, f) = f_0^w$ ;
- 3)  $\varphi_a^w(f, o) = o$ .

# Решение задач компаративной морфологии на основе взаимного контрастирования

Соответственно задача сравнения изображений решается при помощи следующих двух основных средств:

1) Оценка степени сходства изображений по форме на основе *морфологического коэффициента взаимного контрастирования* (МКВК)

$$K_M(f, g) = \frac{\|\varphi_a^w(f, g) - g_0\|}{\|g - g_0\|}$$

2) Выделение относительных изменений в сцене на основе *нормализации фона по взаимному контрастированию*:

$$\Delta g_f = |g - \varphi_a^w(f, g)| \quad (4)$$

# Возможные варианты взаимной компаративной фильтрации

В качестве вариантов реализации  $a(f, g^{w(x,y)})$ , помимо рассмотренных выше локального и поискового коэффициентов корреляции могут применяться:

- локальный и поисковый морфологический коэффициент корреляции Пытьева;
- локальная взаимная энтропия (точнее, некая нормированная функция от нее);
- различные локальные и поисковые коэффициенты геометрической корреляции форм;
- «тепловые» ядра взаимного сходства фрагментов изображения на основе сравнения векторов локальных признаков вида

$$a(f^{w(u,v)}, g^{w(x,y)}) = \exp(-d_V(\mathbf{v}(f^{w(u,v)}), \mathbf{v}(g^{w(x,y)})) / \sigma),$$

где  $\mathbf{v}$  – вектора признаков из пространства  $V$  с метрикой  $d_V$ ,

$\sigma$  - масштабный настроечный коэффициент

и другие подобные меры сходства.

- Морфология Пытьева и обобщенная схема компаративной морфологии
- Морфологические фильтры на основе взаимного контрастирования
- **Алгоритм нормализации фона на основе взаимного контрастирования по пирамиде изображений**
- Результаты экспериментов и выводы

# Алгоритм нормализации фона на основе взаимного контрастирования по пирамиде изображений

Предложенный алгоритм взаимной фильтрации изображения  $g$  с учетом формы  $f$  состоит из следующих этапов:

1. Произвести расчет пирамид для изображений  $f$  и  $g$ :

$$\mathbf{f}^t = (f^0, f^1, \dots, f^{t-1}) \quad \mathbf{g}^t = (g^0, g^1, \dots, g^{t-1}),$$

где  $f^0 = f$ ;  $g^0 = g$ ;  $g^{k+1} = Rdc_2 g^k$ ,  $k=0, \dots, t-1$  ( $Rdc_2$  – оператор пространственного уменьшения изображения в 2 раза);  $t$  – количество уровней пирамиды.

2. Для каждого  $k$ -го уровня пирамиды:

- а) Рассчитать изображение отклика фильтра (2) с окном  $w(x,y)$  :

$$\begin{aligned} \varphi_k^{w,p}(f, g)(x,y) &= \\ &= g_o^{w(x,y)}(x,y) + \max_{(u,v) \in p(x,y)} |K_N(F^{w(u,v)}, G^{w(x,y)})| (g^k(x,y) - g_o^{w(x,y)}(x,y)), \end{aligned}$$

где  $p(x,y)$  – зона поиска соответствия фрагментов изображения  $g$  на эталоне  $f$ ;

$g_o^{w(x,y)} \equiv \text{mean}(g_o^{w(x,y)}(x,y))$  – среднее значение  $g(x,y)$  по окну  $w(x,y)$ ;

$K_N(F^{w(u,v)}, G^{w(x,y)})$  – нормированный коэффициент корреляции (1)

- а) Рассчитать разность изображений:

$$\Delta g_f^k = |g^k - \varphi^{w,p}(f, g)^k| \quad (5)$$

# Алгоритм нормализации фона на основе взаимного контрастирования по пирамиде изображений

3. Произвести восстановление разностного изображения по пирамиде, начиная с последнего уровня  $t-1$ , для каждого уровня  $k$ :

а) Увеличить разностное изображение  $\Delta g_f^k$ :

$\Delta h^{k-1} = Inc_2 \Delta g_f^k$ ,  $k=t-1, \dots, 1$  ( $Inc_2$  – оператор пространственного увеличения изображения в 2 раза)

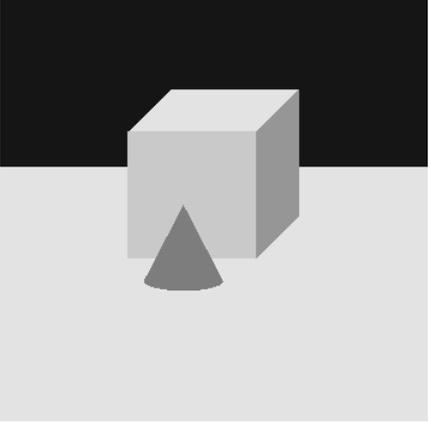
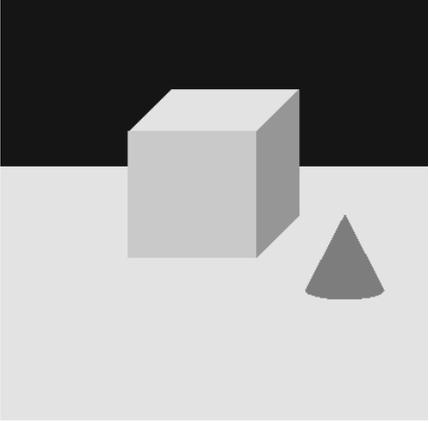
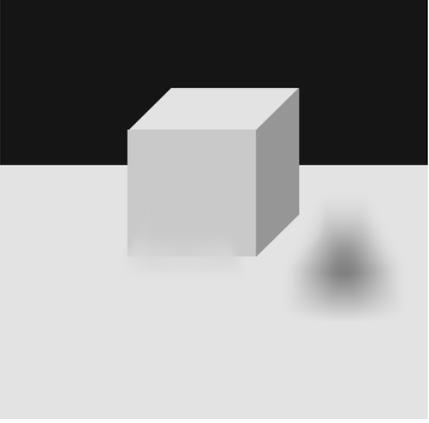
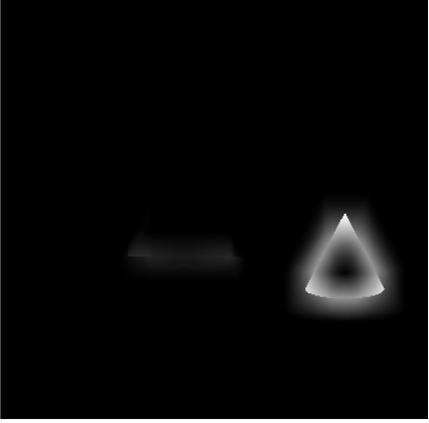
б) Выбрать максимальное значение между реконструированным разностным изображением с более высокого уровня пирамиды и разностным изображением текущего уровня:

$$\Delta m^{k-1} = \max (\Delta h^{k-1}, \Delta g_f^{k-1})$$

Результатом работы процедуры является изображение  $\Delta m^0$ .

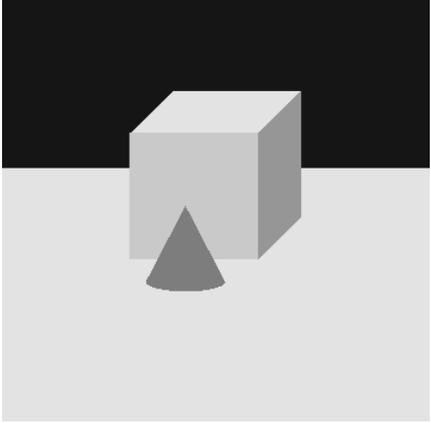
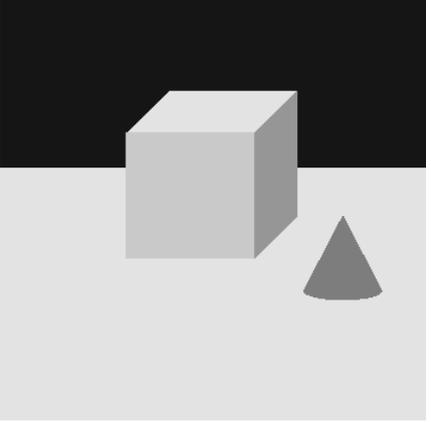
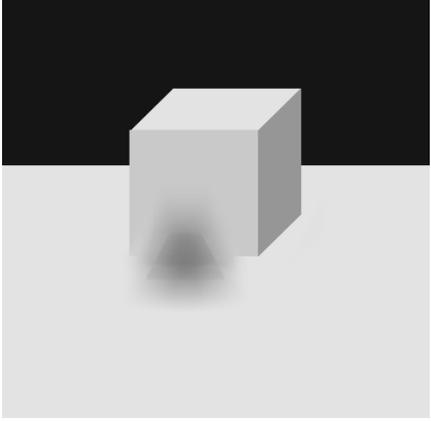
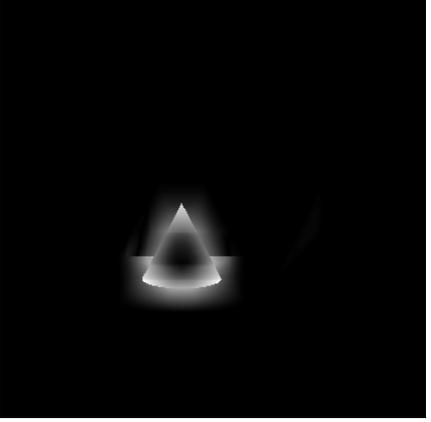
- Морфология Пытьева и обобщенная схема компаративной морфологии
- Морфологические фильтры на основе взаимного контрастирования
- Алгоритм нормализации фона на основе взаимного контрастирования по пирамиде изображений
- **Результаты экспериментов и выводы**

# Результаты экспериментов на модельных изображениях

$f$	$g$
	
$\varphi_a^w(f, g)$	$\Delta g_f =  g - \varphi_a^w(f, g) $
	

$K_N(f^{w(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  
 $w(41,41)$  - окно фильтра  
 Зона допоиска (2,2)

# Результаты экспериментов на модельных изображениях

$f$	$g$
	
$\varphi_a^w(g, f)$	$\Delta f_g =  f - \varphi_a^w(g, f) $
	

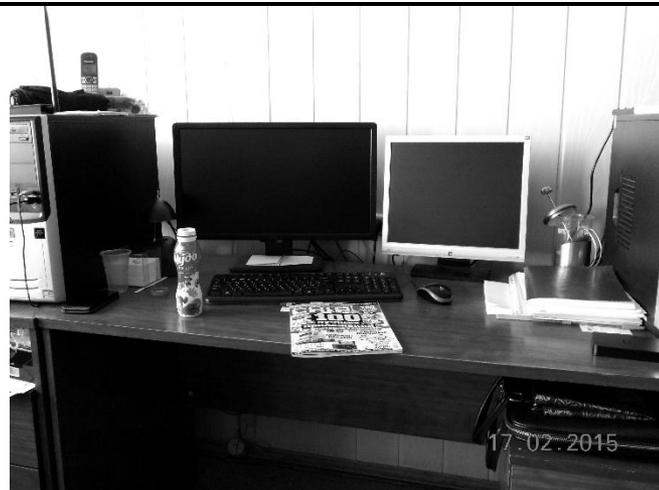
$K_N(f^{u(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  
 $w(41,41)$  - окно фильтра  
 Зона допоиска (2,2)

# Результаты экспериментов

$f$



$g$



$\varphi_a^w(f, g)$



$\Delta g_f = |g - \varphi_a^w(f, g)|$



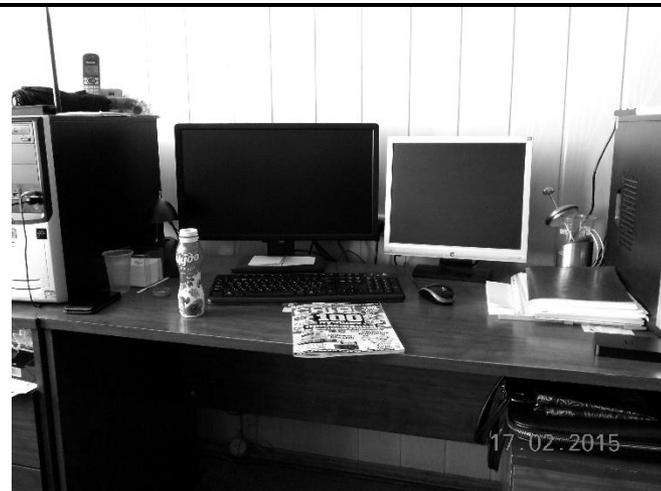
$K_N(f^{w(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  $w(21,21)$  - окно фильтра, зона допоска (17,17)

# Результаты экспериментов

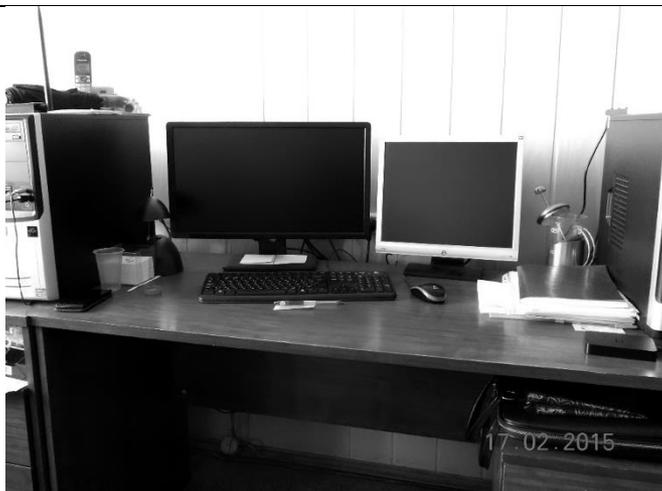
$f$



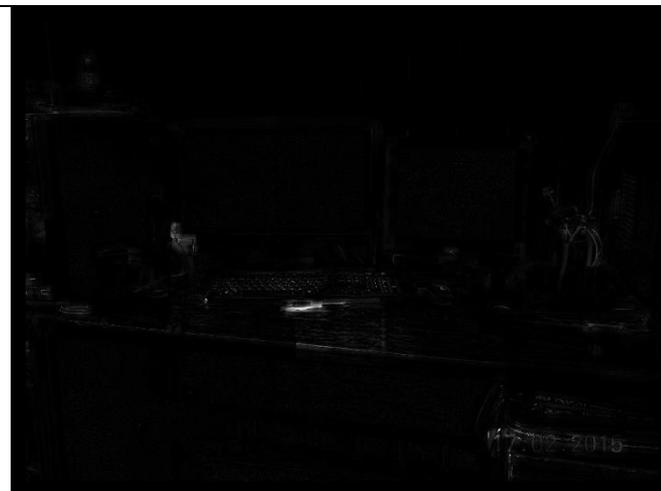
$g$



$\varphi_a^w(g, f)$



$\Delta f_g = |f - \varphi_a^w(g, f)|$



$K_N(f^{w(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  $w(21,21)$  - окно фильтра, зона допоска (17,17)

# Результаты экспериментов

$f$	$g$
	
$\varphi_a^w(f, g)$	$\Delta g_f =  g - \varphi_a^w(f, g) $
	

$K_N(f^{v(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  $w(21,21)$  - окно фильтра, зона допоска (17,17)

# Результаты экспериментов

$f$



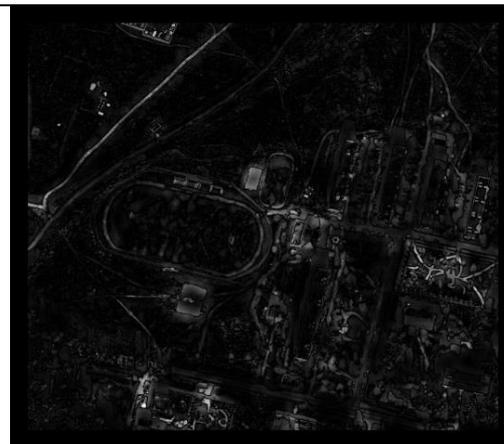
$g$



$\varphi_a^w(f, g)$

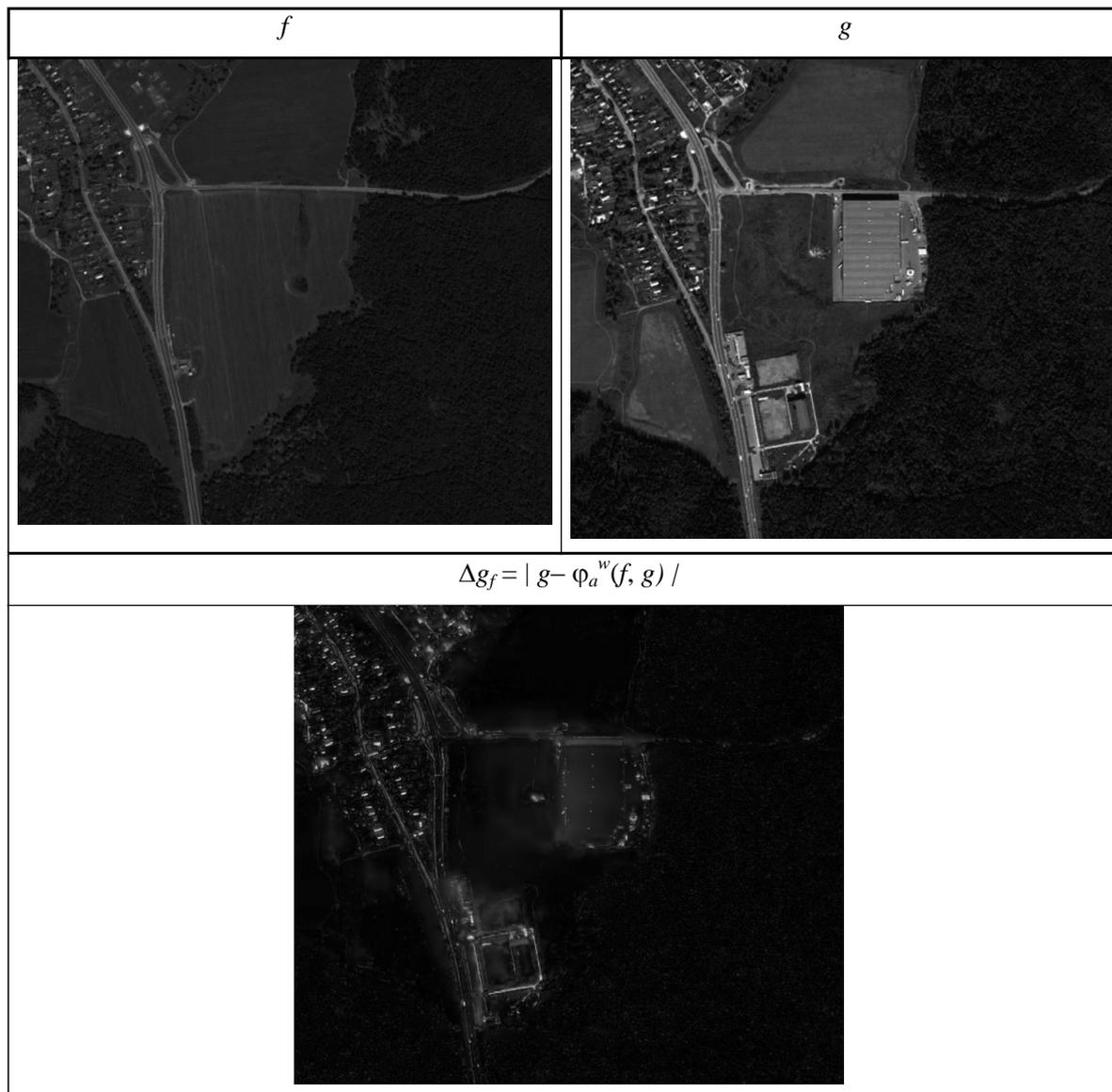


$\Delta g_f = |g - \varphi_a^w(g, f)|$



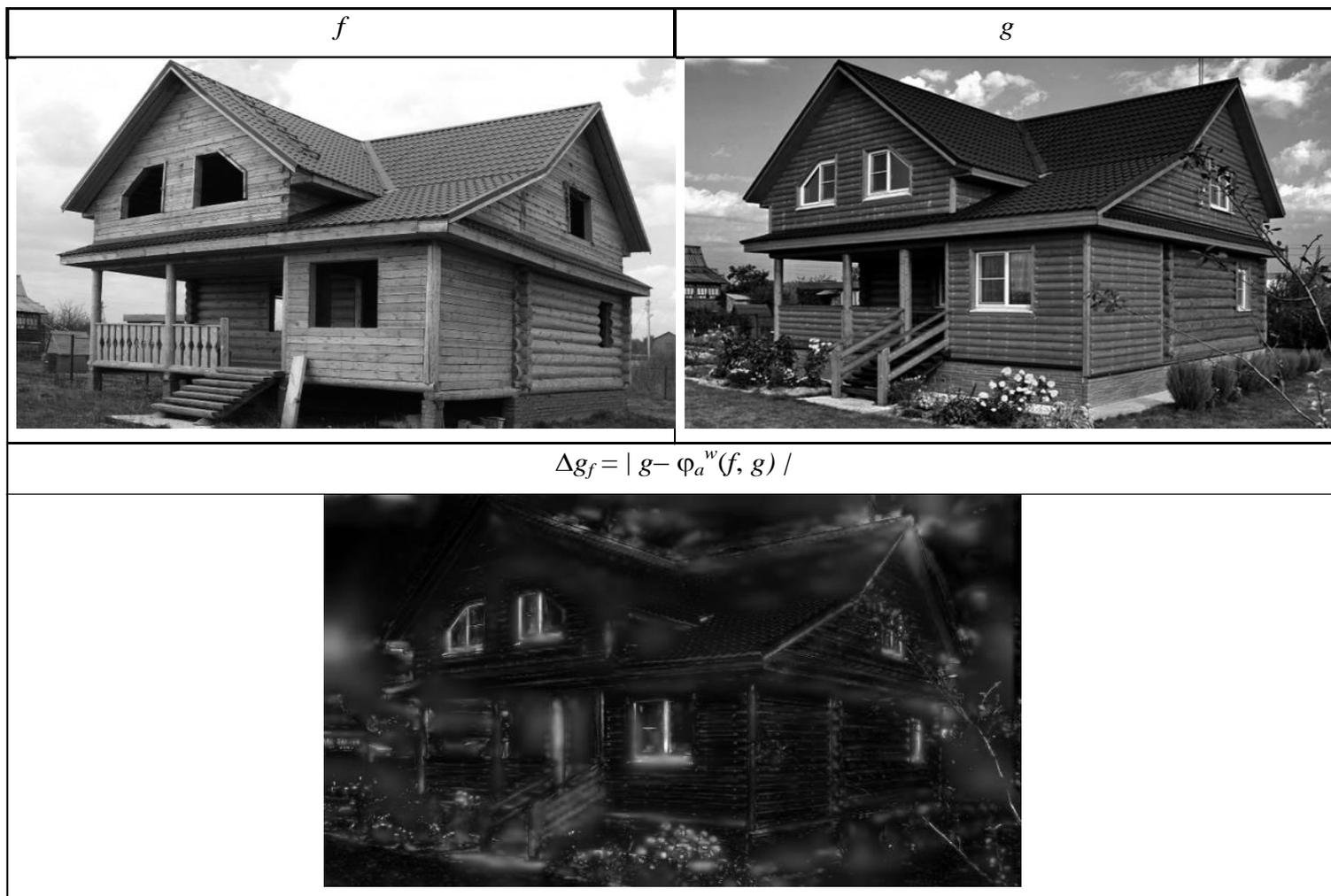
$K_N(f^{w(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  $w(21,21)$  - окно фильтра, зона допоска (17,17)

# Результаты экспериментов



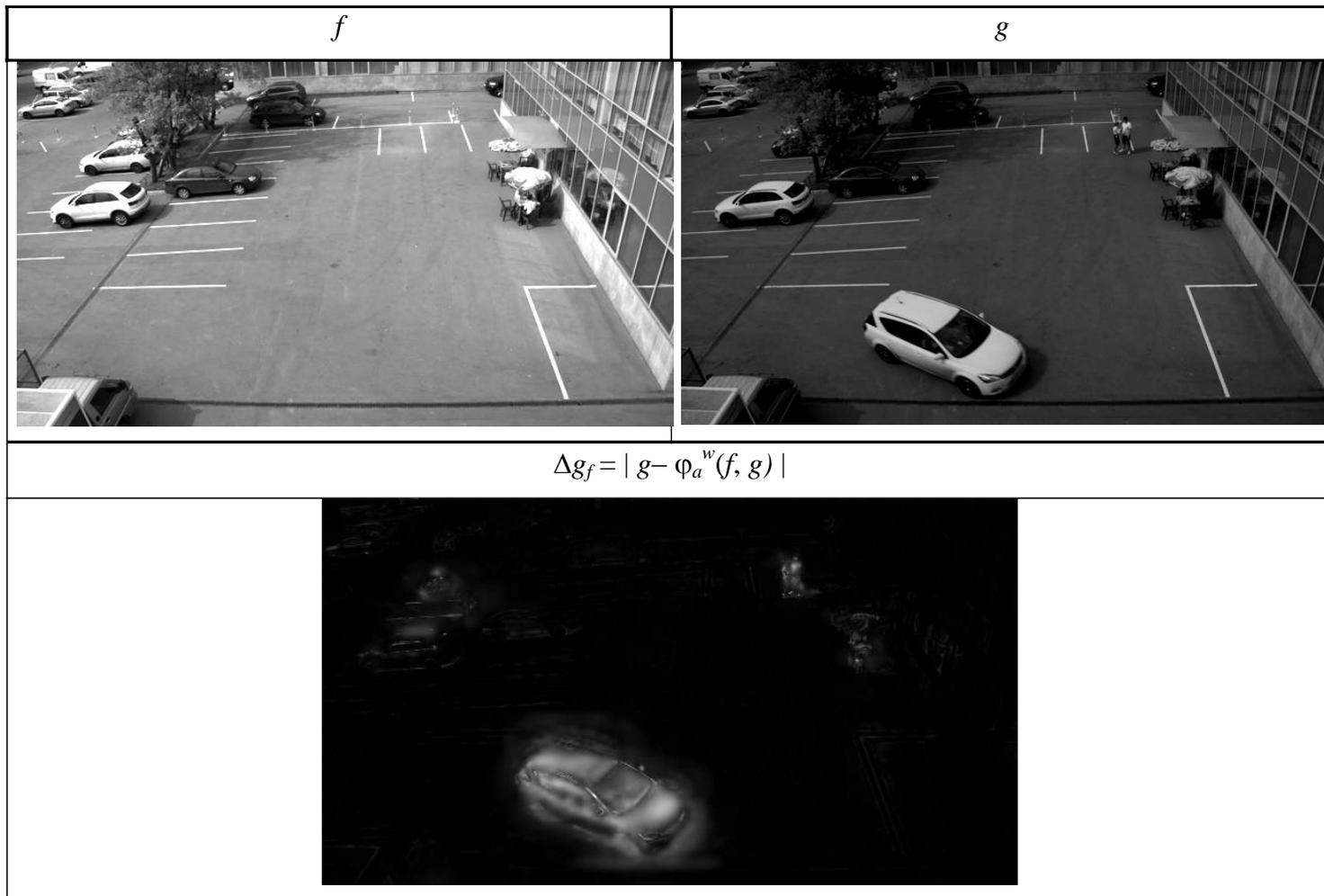
$K_N(f^{v(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  $w(15,15)$  - окно фильтра, зона допосиска (5,5)

# Результаты экспериментов



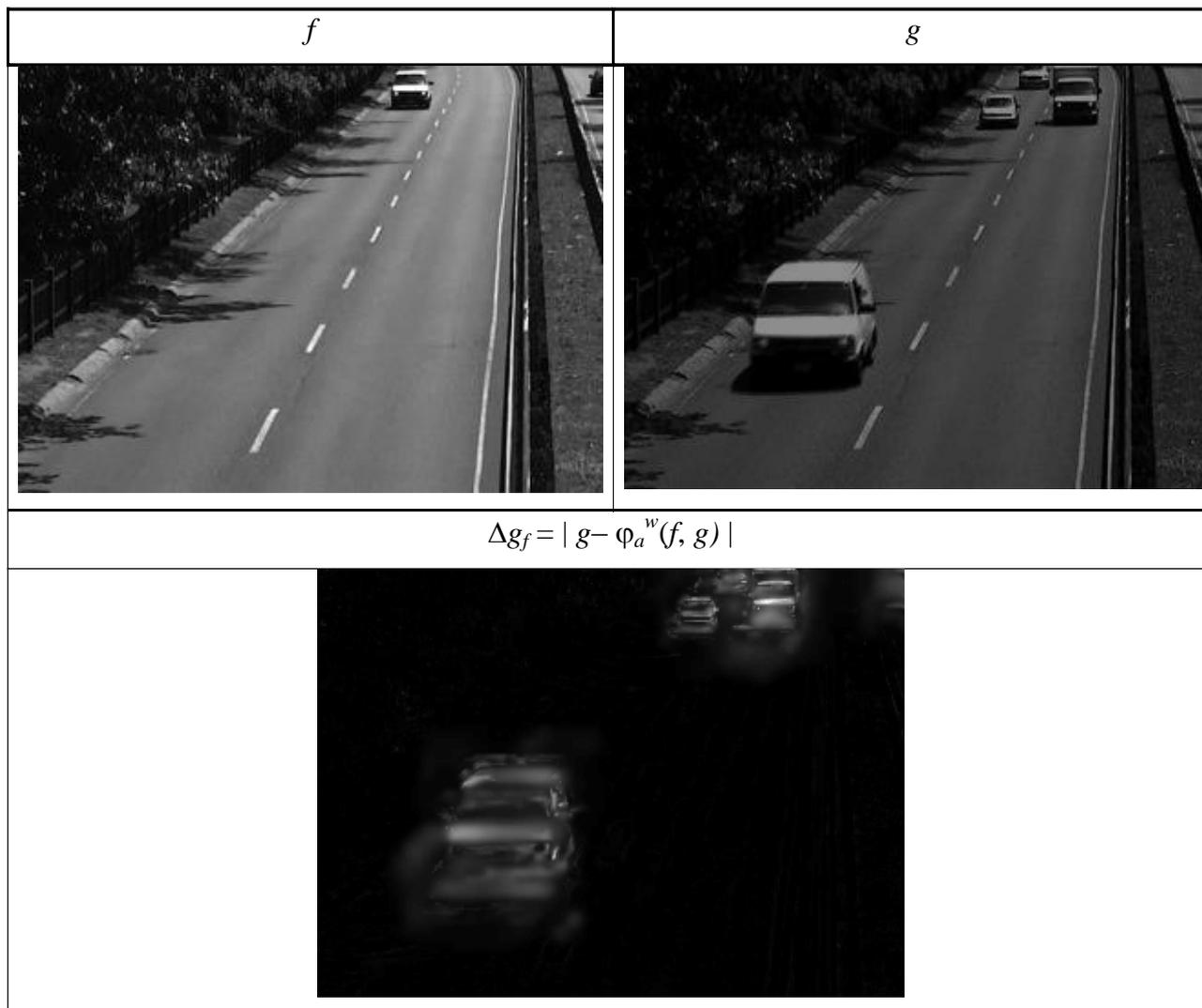
$K_N(f^{v(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  
 $w(15,15)$  - окно фильтра, зона допосиска (3,3)

# Результаты экспериментов



$K_N(f^{w(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  $w(15,15)$  - окно фильтра, зона допосиска (3,3)

# Результаты экспериментов



$K_N(f^{v(x,y)}, g^{w(x,y)})$  - локальный нормированный коэффициент корреляции в окне  
 $w(15,15)$  - окно фильтра, зона допосиска (3,3)

# Заключение и выводы

- В данной работе дано общее определение *компаративной морфологии* как структуры математической теории, обеспечивающей выполнение ряда задач анализа изображений.
- С учетом этого понятия вводится *взаимный компаративный фильтр* на основе взаимного контрастирования. В процессе расчета отклика фильтра используется взвешивающий коэффициент, который является локальной мерой сходства фрагментов изображений
- Реализован алгоритм *выделения относительных изменений в сцене на основе нормализации фона*, использующий предложенную процедуру взаимной фильтрации.

**Спасибо за внимание!**

