

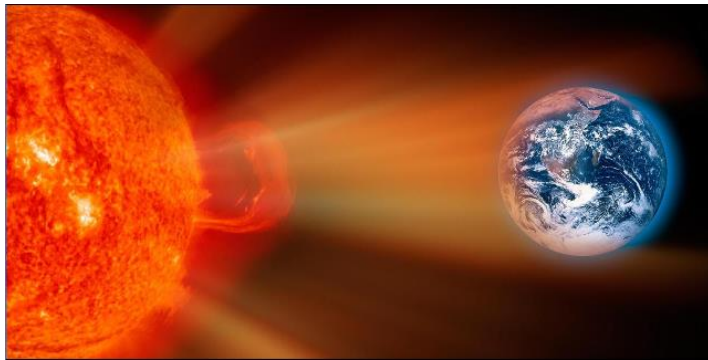
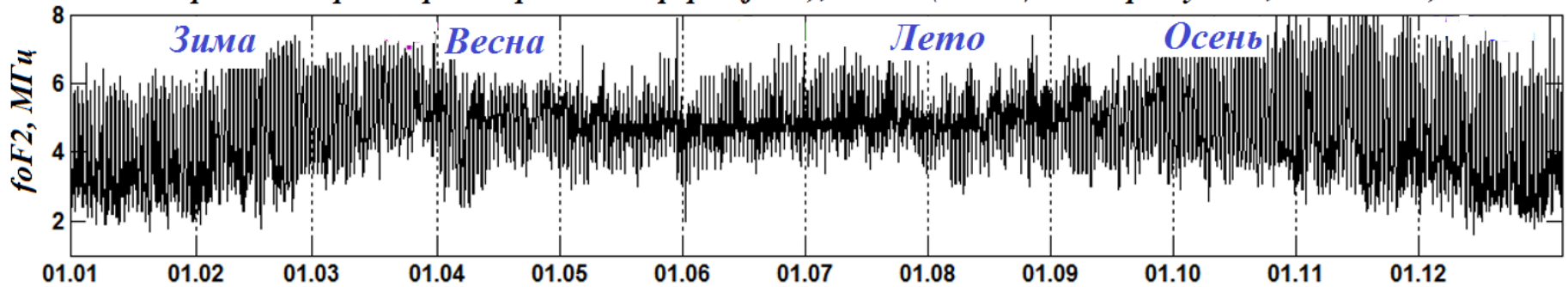
Институт космофизических исследований и распространения  
радиоволн  
(Дальневосточное отделение Российской академии наук)

# **Моделирование и анализ природных временных рядов на основе обобщенной многокомпонентной модели**

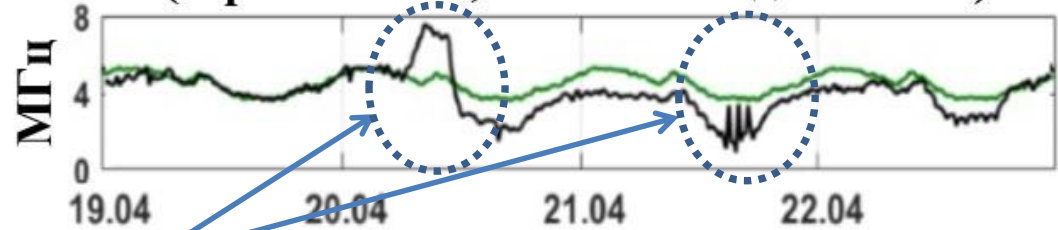
**О. В. Мандрикова, Н. В. Фетисова, Ю. А. Полозов**

# Структура временного ряда параметров ионосферы

Временной ряд параметров ионосферы ( $foF2$ ), 2011 г (станция "Паратунка", Камчатка)



Временной ряд параметров ионосферы ( $foF2$ )  
(черным -  $foF2$ , зеленым - медиана  $foF2$ )



**Аномалии**

(ионосферные возмущения)

*Обобщенная  
многокомпонентная  
модель параметров  
ионосферы*

	Рекуррентная составляющая		Возмущенная составляющая		Шум
$f(t)$	$=$	$R(t)$	$+$	$U(t)$	$+$ $e(t)$

# Обобщенная многокомпонентная модель параметров ионосферы (ОМКМ)

$$f(t) = R(t) + U(t) + e(t) = \sum_{\mu=1, \overline{T}} \alpha^{\mu}(t) + \sum_{\eta} \beta_{\text{возм}}^{\eta}(t) + e(t)$$

Рекуррентная  
составляющая

Временной ряд  
параметров ионосферы

Возмущенная  
составляющая

## Кратномасштабный вейвлет-анализ

Выделение регулярных компонент, описывающих изменения в спокойной ионосфере

$$f(t) = \sum_{j=-1}^{-m} g_j(t) + f_{-m}(t)$$

## Модели АРПСС

Оценка параметров регулярных компонент

$$\sum_{\mu=1, \overline{T}} \alpha^{\mu}(t) = \sum_{\mu=1, \overline{T}} \sum_{k=1, N_{j\text{пер}}^{\mu}} s_{j\text{пер}, k}^{\mu} b_{j\text{пер}, k}^{\mu}(t)$$

## Нелинейные аппроксимирующие вейвлет-схемы

Детальный анализ данных

$$U(t) = \sum_{\eta} \beta_{\text{возм}}^{\eta}(t) = A_{\text{крат}}(t) + A_{\text{длит}}(t)$$

## Адаптивные пороговые функции

Выделение аномальных изменений, которые могут возникать накануне и в периоды магнитных бурь

# 1. Идентификация рекуррентной составляющей модели

$$f(t) = R(t) + U(t) + e(t) = \sum_{\mu=1, \overline{T}} \alpha^\mu(t) + \sum_{\eta} \beta_{\text{ВОЗМ}}^\eta(t) + e(t)$$

Алгоритм выделения регулярных компонент

1. Выполняем КМА до уровней разложения  $m = \overline{1, M}$ :

$$f(t) = \sum_{j=-1}^{-m} g_j(t) + f_{-m}(t)$$

$$f_{-m}(t) = \sum_k c_{-m,k} \phi_{-m,k}(t), \quad g_j(t) = \sum_k d_{j,k} \Psi_{j,k}(t),$$

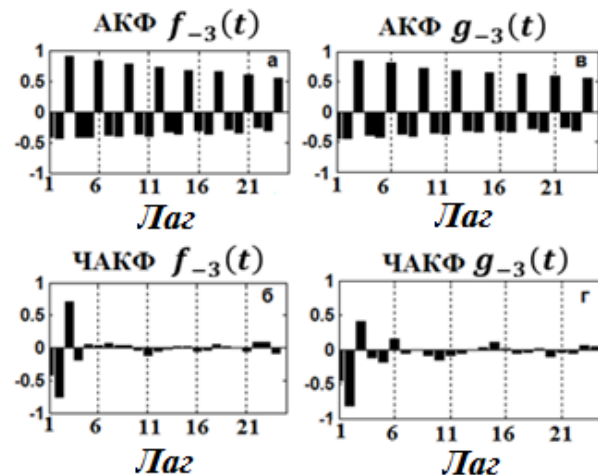
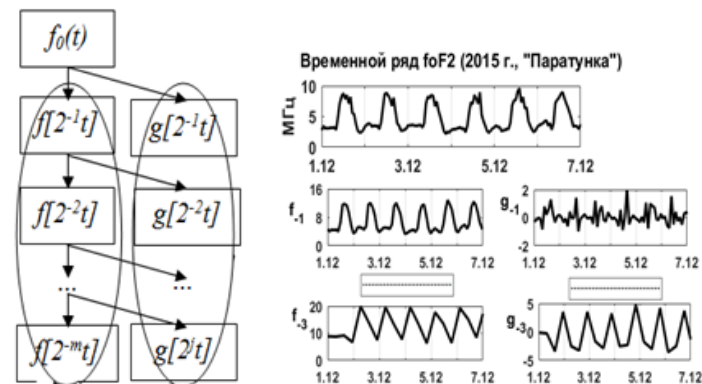
$$c_{-m,k} = \langle f, \phi_{-m,k} \rangle \quad d_{j,k} = \langle f, \Psi_{j,k} \rangle$$

$\phi_{-m,k}$  -масштабирующая функция  
 $\Psi_{j,k}(t)$  вейвлет-базис

2. Определяем стационарные компоненты  $f_{-m}^{\text{рег}}(t)$  и  $g_{j}^{\text{рег}}(t)$ , ( $j = \overline{-1, -m^{\text{рег}}}$ ) (анализ АКФ и ЧАКФ). Для выделенных стационарных компонент идентифицируем модели из класса АРСС

3. Получаем следующее представление рекуррентной составляющей модели (1)

$$R(t) = f_{-m}^{\text{рег}}(t) + \sum_{j^{\text{рег}}} g_{j^{\text{рег}}}(t) \quad (2)$$



# Идентификация рекуррентной составляющей модели

$$R(t) = f_{-m^{\text{per}}}(t) + \sum_{j^{\text{per}}} g_{j^{\text{per}}}(t) = \sum_{\mu=1, T} \sum_{k=1, N_{j^{\text{per}}}^{\mu}} S_{j^{\text{per}}, k}^{\mu} b_{j^{\text{per}}, k}^{\mu}(t) \quad (3)$$

$$S_{j^{\text{per}}, k}^{\mu}(t) = \sum_{l=1}^{p_{j^{\text{per}}}^{\mu}} \gamma_{j^{\text{per}}, l}^{\mu} \omega_{j^{\text{per}}, k-l}^{\mu}(t) - \sum_{n=1}^{h_{j^{\text{per}}}^{\mu}} \theta_{j^{\text{per}}, n}^{\mu} a_{j^{\text{per}}, k-n}^{\mu}(t) - \text{оценочное значение } \mu - \text{ компоненты,}$$

$p_{j^{\text{per}}}^{\mu}, \gamma_{j^{\text{per}}, l}^{\mu}$  – порядок и параметры авторегрессии модели  $\mu$  – компоненты

$$\omega_{j^{\text{per}}, k}^{\mu} = \nabla^{v^{\mu}} \delta_{j^{\text{per}}, k}^{\mu}$$

$\delta_{j^{\text{per}}, k}^{\mu}$  – вейвлет –

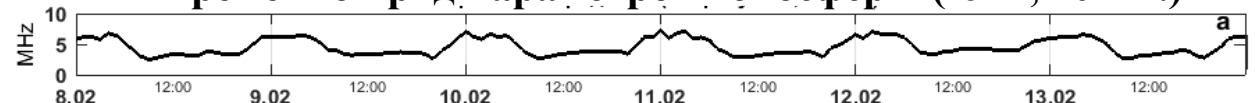
коэффициенты разложения

$h_{j^{\text{per}}}^{\mu}, \theta_{j^{\text{per}}, k}^{\mu}$  – порядок и параметры скользящего среднего  $\mu$  – компоненты

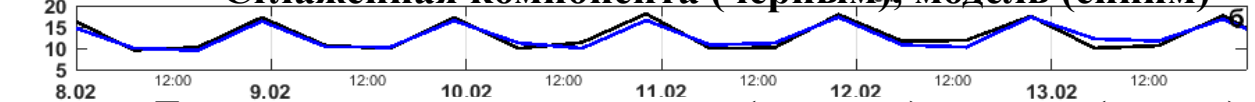
$a_{j^{\text{per}}, k}^{\mu}$  – остаточные ошибки модели  $\mu$  – компоненты

$b_{j^{\text{per}}, k}^{\mu}$  – вейвлет – базис  $\mu$  – компоненты

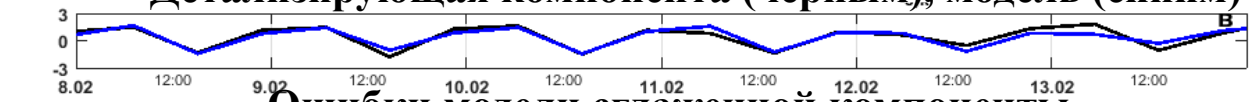
## Моделирование параметров ионосферы в спокойный период Временной ряд параметров ионосферы (foF2, 2011 г.)



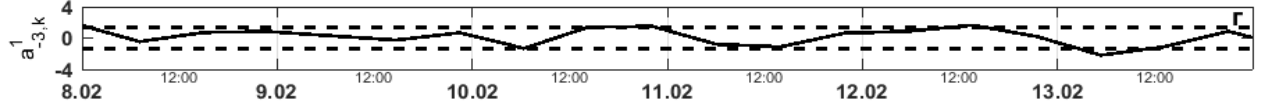
### Сглаженная компонента (черным), модель (синим)



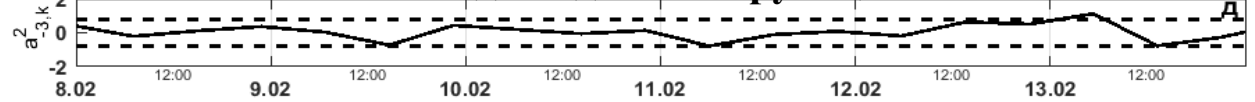
### Детализирующая компонента (черным), модель (синим)



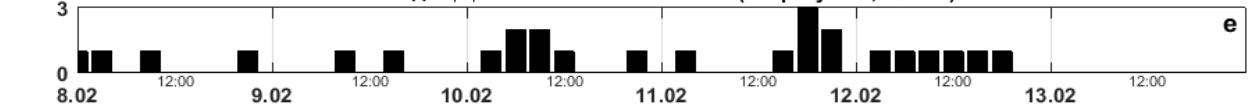
### Ошибки модели сглаженной компоненты



### Ошибки модели детализирующей компоненты



### K-индекс геомагнитной активности



# Оценка параметров модели рекуррентной составляющей по данным станции «Паратунка»

$$R(t) = \sum_{\mu=1,2} \sum_{k=1, N_{-5}^{\mu}} s_{-5,k}^{\mu} b_{-5,k}^{\mu} + e(t)$$

*Лето (минимум СА, 15-мин данные)*

**Модель сглаженной компоненты:**

$$s_{-5,k}^1 = -0.83 \cdot \omega_{-5,k-1}^1 - 0.84 \cdot \omega_{-5,k-2}^1 + a_{-5,k}^1(t)$$

**детализирующей компоненты:**

$$s_{-5,k}^2 = -0.86 \cdot \omega_{-5,k-1}^2 - 0.79 \cdot \omega_{-5,k-2}^2 + a_{-5,k}^2(t)$$

Оценка параметров модели выполнялась в спокойных условиях в зависимости от:

- сезона;
- уровня солнечной активности.

$$R(t) = \sum_{\mu=1,2} \sum_{k=1, N_{-3}^{\mu}} s_{-3,k}^{\mu} b_{-3,k}^{\mu} + e(t)$$

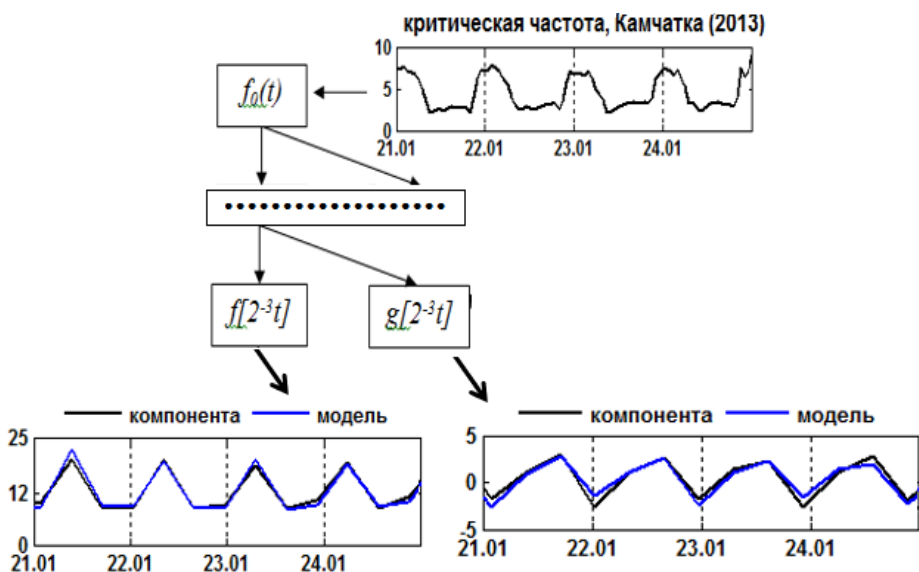
*Лето (максимум СА, часовые данные)*

**Модель сглаженной компоненты:**

$$s_{-3,k}^1 = -0.50 \cdot \omega_{-3,k-1}^1 - 0.58 \cdot \omega_{-3,k-2}^1 + a_{-3,k}^1(t)$$

**детализирующей компоненты:**

$$s_{-3,k}^2 = -0.88 \cdot \omega_{-3,k-1}^2 - 0.80 \cdot \omega_{-3,k-2}^2 + a_{-3,k}^2(t)$$



## 2. Идентификация возмущенной составляющей модели

$$f(t) = R(t) + U(t) + e(t) = \sum_{\mu=1, T} \alpha^\mu(t) + A_{\text{крат}}(t) + A_{\text{длит}}(t) + e(t)$$

В период **регулярных изменений** параметров предполагается  $U(t) = 0$

В периоды длительных **аномальных изменений** возрастут ошибки модели  $R(t)$

$$\varepsilon_{j^{\text{пер}}}^\mu = \sum_{q=1}^{Q_\mu} |a_{j^{\text{пер}}, k+q}^\mu| > H_{\mu, j^{\text{пер}}}, \quad (4)$$

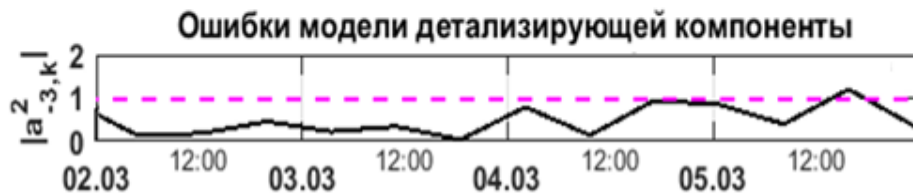
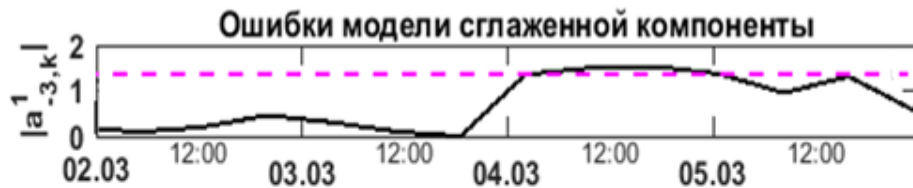
$$a_{j^{\text{пер}}, k+q}^\mu = S_{j^{\text{пер}}, k+q}^{\mu, \text{факт}} - S_{j^{\text{пер}}, k+q}^{\mu, \text{модель}} \quad \text{- ошибки модели } R(t)$$

$Q_\mu$  – длина упреждения данных,

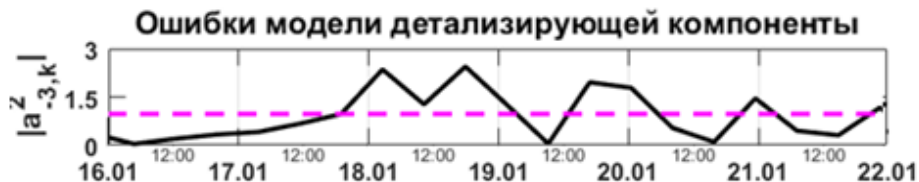
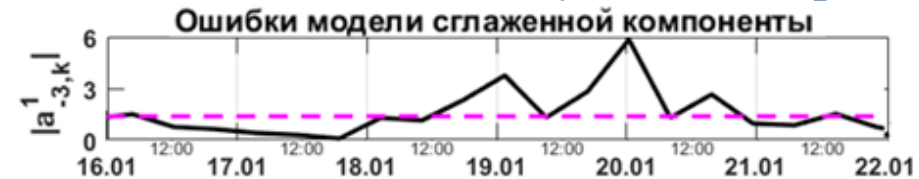
$H_{\mu, j^{\text{пер}}}$  – пороговое значение.

$$S_{j^{\text{пер}}, k+q}^{\mu, \text{модель}} = \sum_{l=1}^{p_{j^{\text{пер}}}^\mu} \gamma_{j^{\text{пер}}, l}^\mu \omega_{j^{\text{пер}}, k+q-l}^\mu - \sum_{n=1}^{h_{j^{\text{пер}}}^\mu} \theta_{j^{\text{пер}}, n}^\mu a_{j^{\text{пер}}, k+q-n}^\mu$$

### Ошибки модели в спокойный период



### Ошибки модели в возмущенный период



# Алгоритм выделения длительных аномальных изменений

$$A_{\text{длит}}(t)$$

1. Выполняем моделирование компонент

$$f_{-m^{\text{пер}}}(t) = \sum_{k=1, N_{-m^{\text{пер}}}^{\mu}} S_{-m^{\text{пер}}, k}^1 b_{-m^{\text{пер}}, k}^1(t)$$

$$\sum_{j^{\text{пер}}} g_{j^{\text{пер}}}(t) = \sum_{\mu=2}^T \sum_{k=1, N_{j^{\text{пер}}}^{\mu}} S_{j^{\text{пер}}, k}^{\mu} b_{j^{\text{пер}}, k}^{\mu}(t)$$

2. Вычисляем остаточные ошибки моделей:

$$a_{j^{\text{пер}}, k+q}^{\mu} = S_{j^{\text{пер}}, k+q}^{\mu, \text{факт}} - S_{j^{\text{пер}}, k+q}^{\mu, \text{модель}}$$

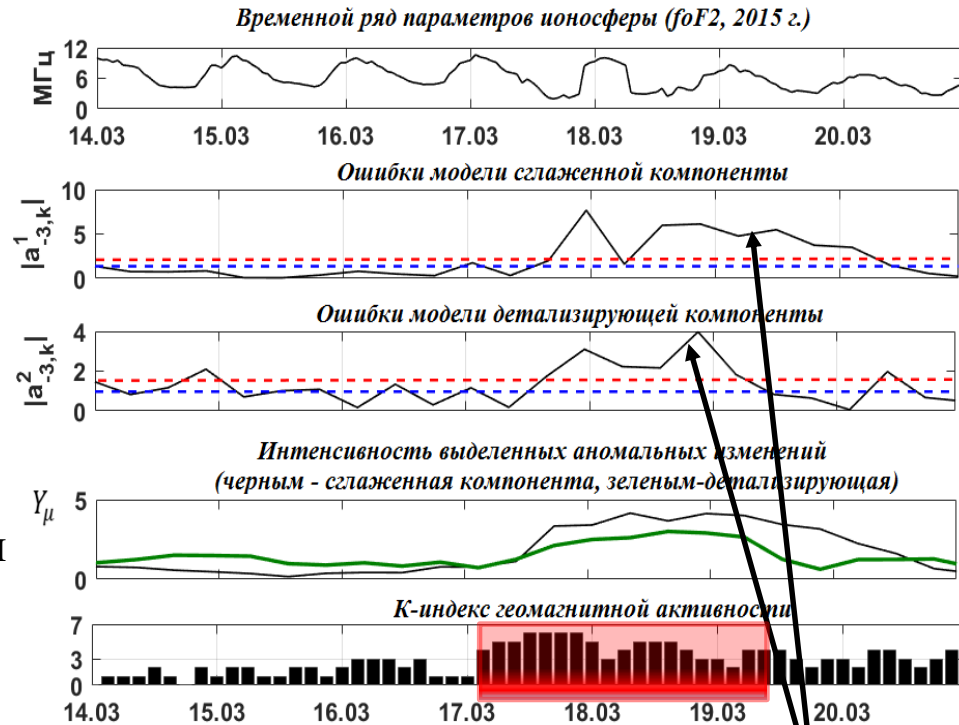
3. Принимаем за аномальные периоды времени  $[k + 1, k + q]$  для которых

$$\varepsilon_{j^{\text{пер}}}^{\mu} = \sum_{q=1}^{Q_{\mu}} |a_{j^{\text{пер}}, k+q}^{\mu}| > H_{\mu, j^{\text{пер}}}, \quad (4)$$

4. Оцениваем интенсивность

$$Y_{j^{\text{пер}}; k+1, k+Q_{\mu}}^{\mu} = \frac{\sqrt{\frac{1}{Q_{\mu}} \sum_{q=1}^{Q_{\mu}} (a_{j^{\text{пер}}, k+q}^{\mu})^2}}{H_{\mu, j^{\text{пер}}}} \quad (5)$$

## Моделирование параметров ионосферы в период магнитной бури 17 марта 2015 г.



**Выделенные аномальные изменения**



# Идентификация возмущенной составляющей модели

$$U(t) = \sum_{\eta} \beta_{\text{возм}}^{\eta}(t) = A_{\text{крат}}(t) + A_{\text{длит}}(t) + e(t)$$

Представление функции  $U(t) \in L^2(R)$  в виде вейвлет-ряда:

$$U(t) = \sum_{\eta} \beta_{\text{возм}}^{\eta}(t) = \sum_{\eta} \sum_n d_{\eta,n} \Psi_{\eta,n}(t),$$

$$\beta_{\text{возм}}^{\eta}(t) = \sum_n d_{\eta,n} \Psi_{\eta,n}(t), \quad d_{\eta,n} = \langle f, \Psi_{\eta,n} \rangle, \Psi_{\eta,n} - \text{вейвлет - базис}$$



**Построение нелинейной аппроксимирующей вейвлет-схемы:**

$$U(t) = \sum_{(\eta,n) \in P_M} d_{\eta,n} \Psi_{\eta,n}(t) + \sum_{(\eta,n) \notin P_M} d_{\eta,n} \Psi_{\eta,n}(t) = U_M(t) + e(t)$$

$$U_M(t) = \sum_{(\eta,n) \in P_M} \langle f, \Psi_{\eta,n} \rangle \Psi_{\eta,n}(t) - \text{проекция } U(t) \text{ на } M \text{ векторов,}$$

$$\sum_{\eta} \beta_{\text{возм}}^{\eta}(t) = I_M(t) = \begin{cases} \sum_{\eta,n} d_{\eta,n} \Psi_{\eta,n}(t), & \text{если } |d_{\eta,n}| \geq T_{\eta} \\ 0, & \text{если } |d_{\eta,n}| < T_{\eta} \end{cases} \quad d_{\eta,n} = \begin{cases} d_{\eta,n}^+, & \text{если } (d_{\eta,n} - d_{\eta,n}^{\text{med}}) \geq T_{\eta}^{\text{ad}} \\ d_{\eta,n}^-, & \text{если } (d_{\eta,n} - d_{\eta,n}^{\text{med}}) \leq -T_{\eta}^{\text{ad}} \end{cases}$$

$$T_{\eta}^{\text{ad}} = U * St_{\eta}$$

$U$  – пороговый коэффициент

$$St_{\eta} = \sqrt{\frac{1}{\Phi - 1} \sum_{n=1}^{\Phi} (d_{\eta,n} - \bar{d}_{\eta,n})^2}$$

$\Phi$  – длина скользящего временного окна

# Алгоритм выделения разномасштабных аномальных изменений

1. Будем считать, что в момент времени  $n = n_0$  в ионосфере возникло аномальное изменение масштаба  $\eta_0$ , если  $|d_{\eta_0, n_0}| > T_{\eta_0}^{\text{ад}}$ .
2. Мощность аномального изменения  $I_{\eta_0, n_0}$  в момент времени  $n_0$  на масштабе  $\eta_0$ :  $I_{\eta_0, n_0} = d_{\eta_0, n_0}$ .
3. Если  $\forall n_i \in (t_1, t_2), t_2 > t_1: d_{\eta_0, n_i} > T_{\eta_0}^{\text{ад}}$ , в период времени  $(t_1, t_2)$  наблюдалось ионосферное возмущение масштаба  $\eta_0$ , длительность которого  $l_{\eta_0} = t_2 - t_1$ .

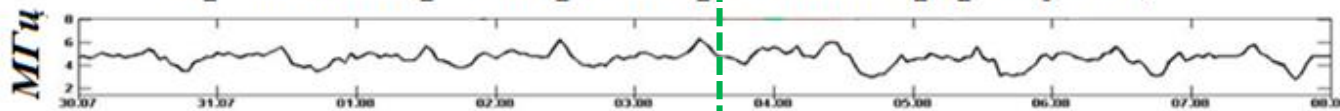
2. Оценка мощности (математической) аномалий:

$$I_n^{+-} = \sum_{\eta} \frac{|d_{\eta, n}^{+-}|}{\|d_{\eta, n}^{+-}\|_2}$$

$$\|d_{\eta, n}\|_2 = \sqrt{\sum_{n=1}^{N_{\eta}} (d_{\eta, n})^2}$$

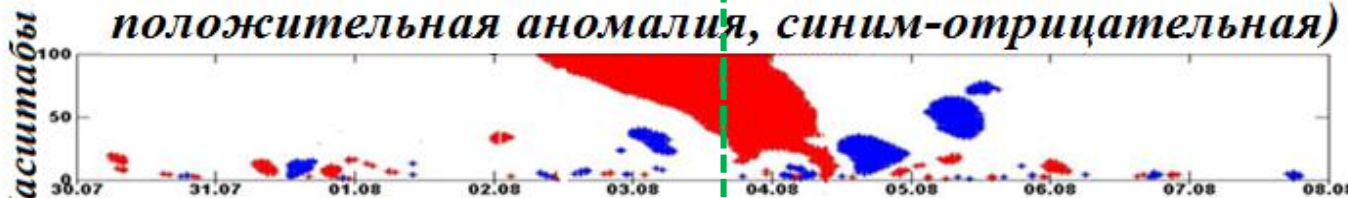
$N_{\eta}$  – длина ряда на масштабе  $\eta$

Временной ряд параметров ионосферы (foF2)

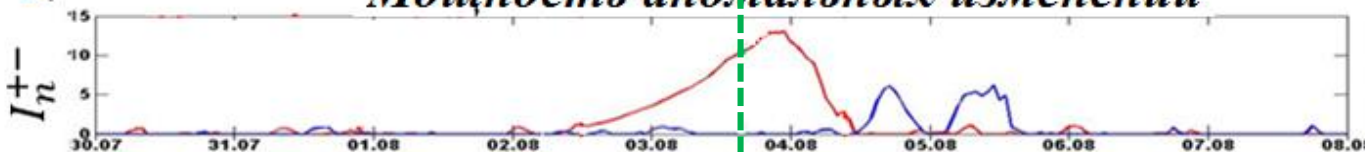


Начало магнитной бури

Выделенные аномальные изменения (красным - положительная аномалия, синим - отрицательная)



Мощность аномальных изменений

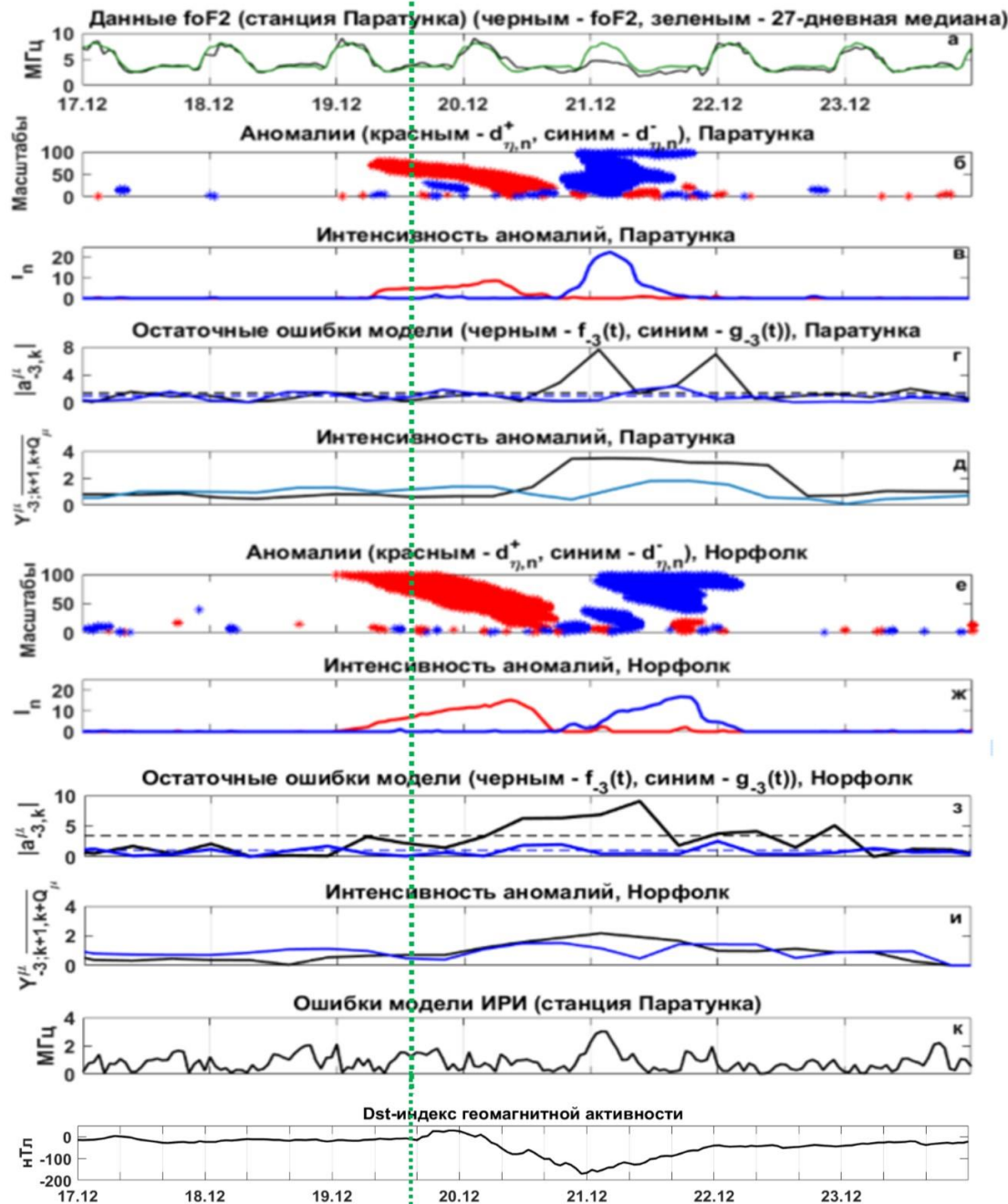


Пороговый коэффициент по данным станции «Паратунка»

$2.5 \leq U \leq 3.5$  – высокая солнечная активность

$1.5 \leq U \leq 2.5$  – низкая солнечная активность

# Применение ОМКМ в период магнитной бури 19 декабря 2015 г.

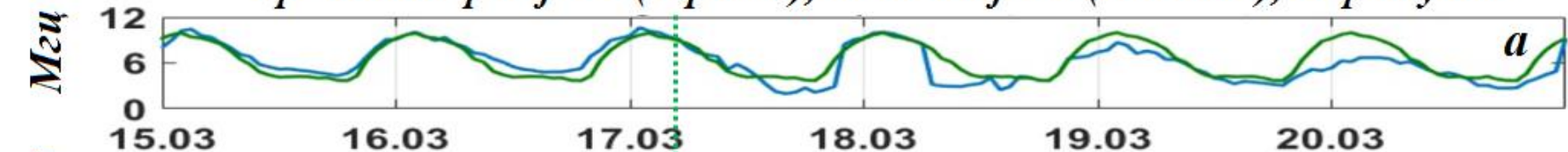


Анализ параметров ионосферы станции «Паратунка» (Россия, Камчатка)

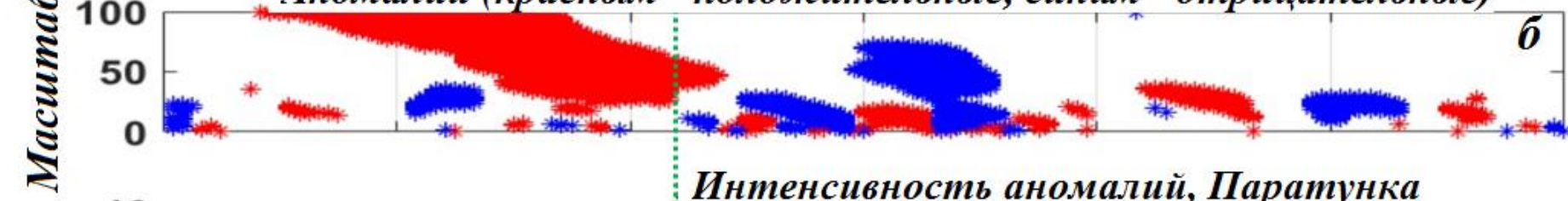
Анализ параметров ионосферы станции «Норфолк» (Австралия)

# Применение ОМКМ в период магнитной бури 17 марта 2015 г.

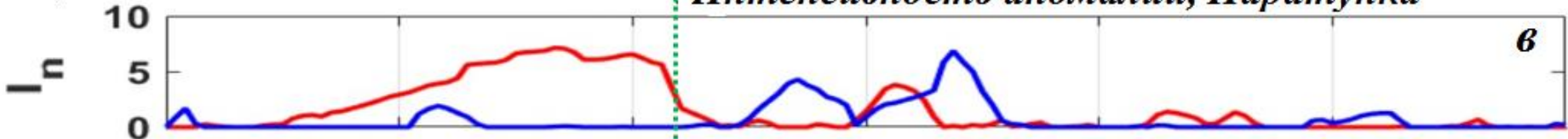
Временной ряд  $f_oF2$  (черным), медиана  $f_oF2$  (зеленым), Паратунка



Аномалии (красным - положительные, синим - отрицательные)



Интенсивность аномалий, Паратунка



Ошибки ОМКМ, Паратунка

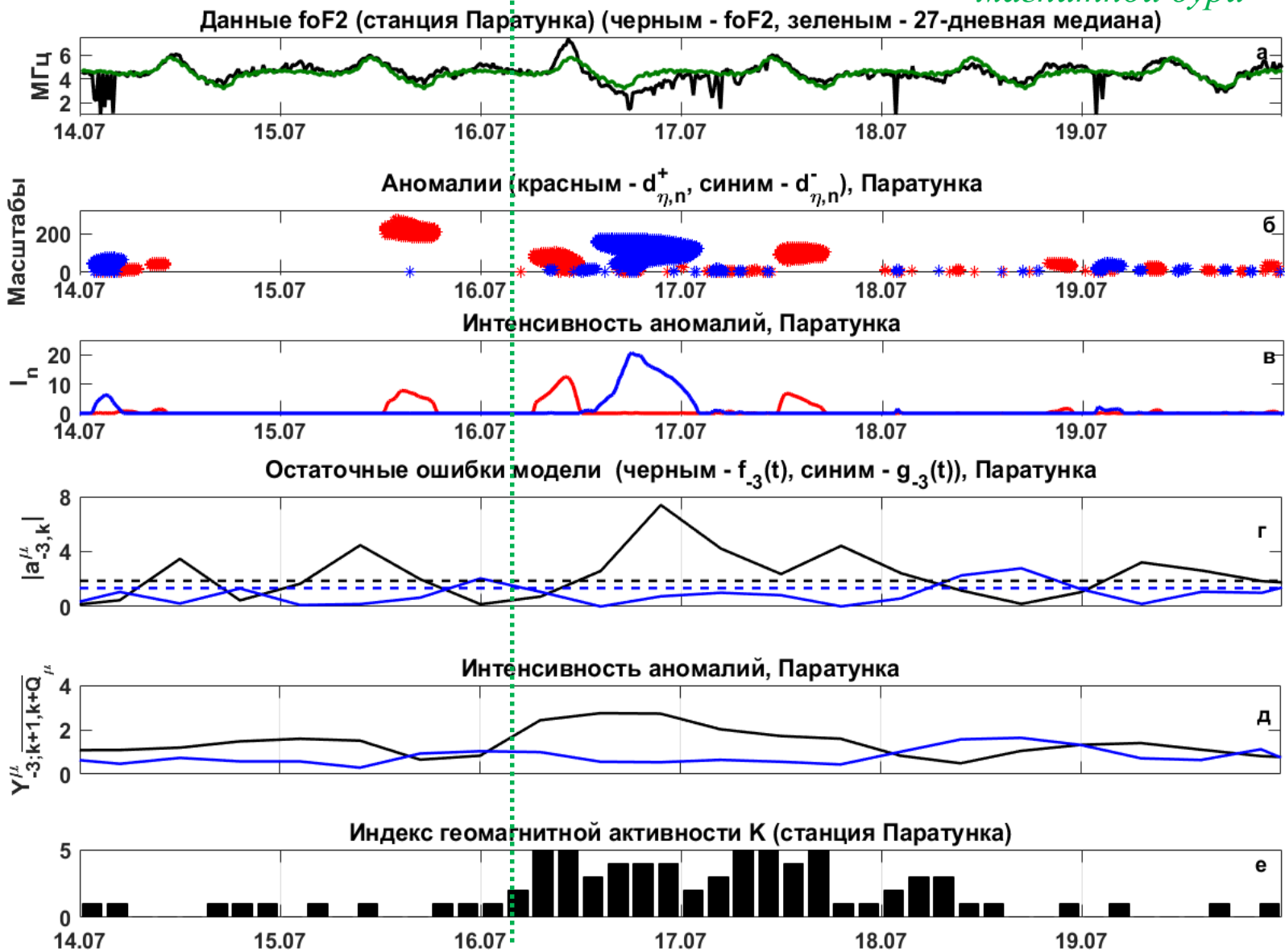


Ошибки ИРИ, Паратунка



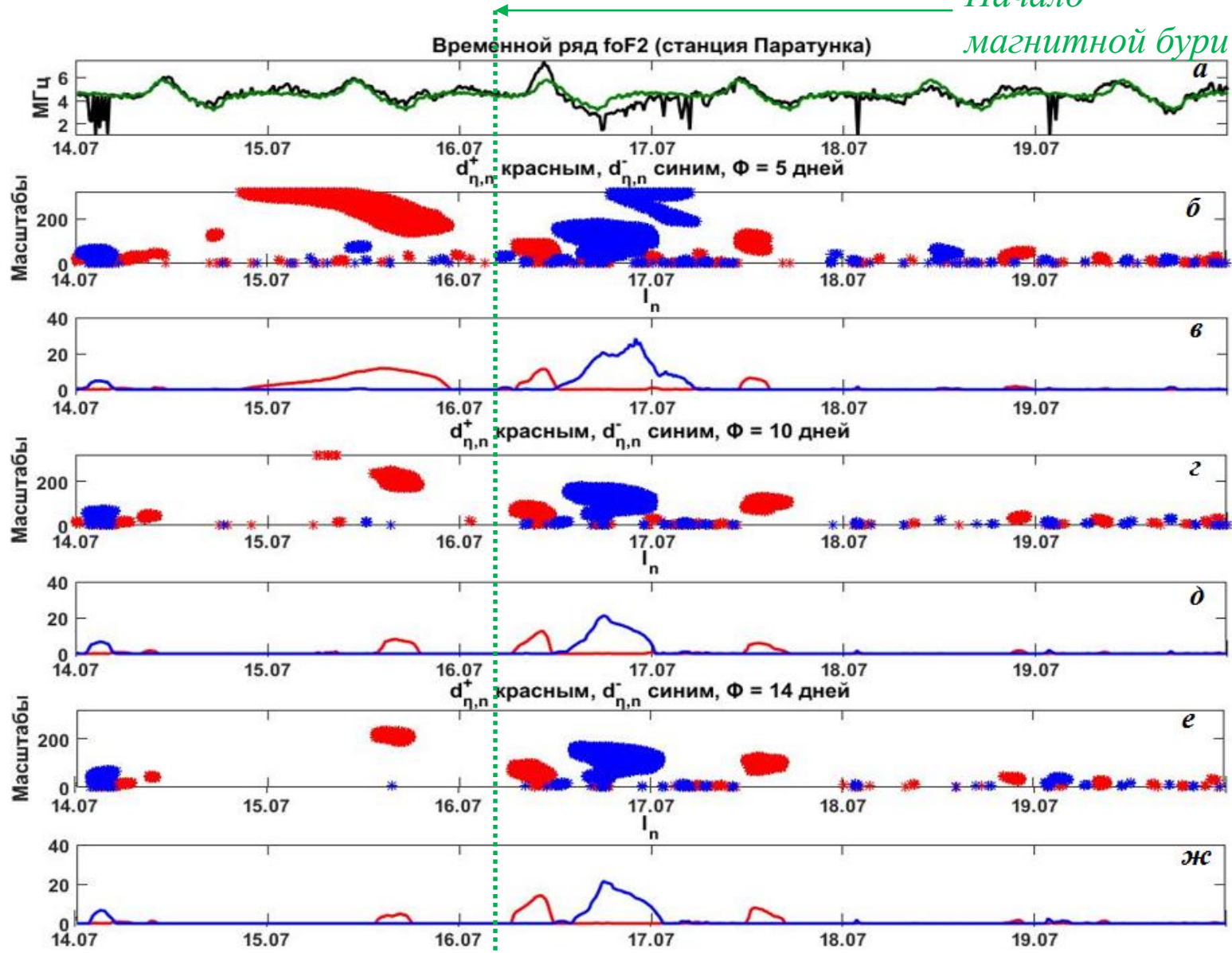
# Применение ОМКМ в период магнитной бури 16 июля 2017 г.

Начало  
магнитной бури



# Применение алгоритма в период магнитной бури 16 июля 2017 г. (с использованием различных значений параметра $\Phi$ (использовались $\Phi=5, 10$ и $14$ дней))

Начало  
магнитной бури



## *Выводы*

Применение предложенной обобщенной многокомпонентной модели (ОМКМ) к данным ионосферы позволило детально изучить динамику ионосферного процесса в возмущенные периоды.

ОМКМ, в отличие от аналогов (например, ИРИ и медианный метод), позволяет в оперативном режиме выделять ионосферные аномалии и оценивать их параметры.

Апробация, выполненная для часовых и 15-ти минутных ионосферных данных, показала эффективность применения ОМКМ в задаче выделения положительной фазы ионосферного возмущения, которое может возникать накануне сильных магнитных бурь и представляют интерес в задачах космической погоды.

*Программная система анализа ионосферных данных:*

<http://www.ikir.ru:8280/lserver>

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда, проект №14-11-00194.

Авторы выражают благодарность институтам, выполняющим регистрацию ионосферных и геомагнитных данных, которые использовались в работе.