

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова  
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики  
Кафедра Математических Методов Прогнозирования

ПЕТРОВ Григорий Евгеньевич

**Идентификация имитационных моделей транспортных потоков с помощью разнородных источников прецедентной информации**

ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

**Научный руководитель:**

к.ф-м.н., доцент

*Ю. В. Чехович*

Москва, 2015

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
1.1	Определения и обозначения . . . . .	5
1.2	Постановка задачи . . . . .	6
1.3	Обзор литературы . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Теоретическое описание</b>	<b>8</b>
2.1	Метод исследования . . . . .	8
2.2	Описание конфигурации . . . . .	10
2.3	Измерение качества . . . . .	10
2.4	Вычисление плотности . . . . .	10
2.5	Пересчет физических параметров участников дорожного движения . . . . .	11
2.6	Модель следования за лидером . . . . .	13
2.7	Измерение плотности на основе данных GPS-трекера . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Вычислительные эксперименты</b>	<b>14</b>
3.1	Значения параметров . . . . .	15
3.2	Результаты эксперимента . . . . .	16
3.3	Результаты эксперимента со светофором . . . . .	22
3.4	Обсуждение и выводы . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Заключение</b>	<b>29</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>31</b>

## **Аннотация**

В работе рассматривается задача идентификации имитационных моделей транспортных потоков с помощью разнородных источников прецедентной информации: транспортные детекторы и GPS-трекеры. Строится имитационная модель, позволяющая изучить способы и определить границы данных и качества данных, необходимых для восстановления характеристик транспортного потока, и предлагается схема эксперимента возможности комплексирования данных. Ключевую роль играют модели восстановления плотности транспортного потока по его скорости. На основе вычислительных экспериментов получены границы доли транспортных средств и точности определения местоположения для определения параметров транспортного потока.

# 1 Введение

Математическое моделирование транспортных потоков становится все более актуальной проблемой. Это связано с возросшим числом автомобилей и, следовательно, необходимостью оптимизации нагрузки на дорожную сеть. Например, нужно заранее просчитывать последствия изменения транспортной системы при постройке новой развязки или прокладывании автомагистрали, так как недостаточно эффективное решение может ухудшить пропускную способность сети.

Обычно выделяют два вида математических моделей транспортных потоков: макроскопические модели, в которых транспортный поток рассматривается как единое целое и применяются методы гидродинамики, и микроскопические модели, в которых моделируется движение отдельных транспортных средств. Модели первого типа используются для решения глобальных задач транспортной сети, таких как строительство дорог, изменение маршрутов, второго — для решения локальных задач, таких как настройка режима светофора [1].

Значительную сложность при моделировании транспортных потоков представляет сбор информации о транспортной системе. В настоящее время, к сожалению, не существует абсолютно полных и достоверных источников этой информации. Наиболее активно используются следующие источники данных: транспортные детекторы, основанные на различных физических принципах, сбор координат транспортных средств от спутников GPS (Global Positioning System) или ГЛОНАСС (Глобальная навигационная спутниковая система) и передача их на сервер по беспроводным каналам связи, фото- и видеосъемка [1]. У каждого из этих способов есть свои достоинства и недостатки. Например, детекторы измеряют количество и характеристики проезжающих транспортных средств достаточно точно, но только на строго ограниченных участках дорожной сети, в то время как системы, основанные на сборе координат обладают меньшей точностью; ими оборудована только малая доля автомобилей. Системы фото- и видеофиксации существенно зависимы от условий освещенности и климатических воздействий, кроме того они требуют периодической очистки внешней оптики от загрязнений. Решить проблему с качеством и полнотой данных может помочь совместное использование данных из разнородных источников.

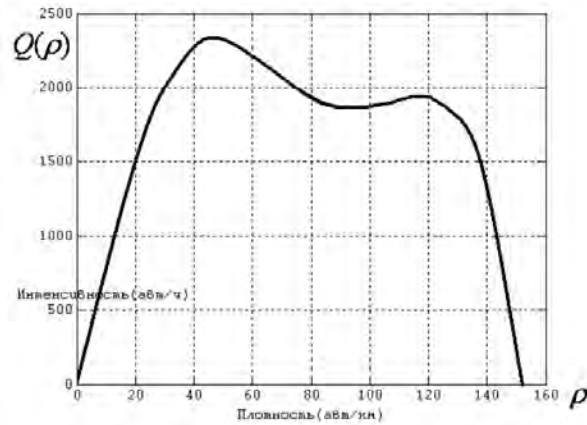


Рис. 1: Фундаментальная диаграмма.

При экстраполяции данных из разных источников необходимо прежде понять, как ошибка в одном источнике влияет на возможность восстановления характеристик транспортного потока. Для изучения описанной проблемы в рамках настоящей работы строится стенд, позволяющий изучить способы сбора информации и понять границы объема данных и качества необходимых данных.

## 1.1 Определения и обозначения

Введем понятия и обозначения, которые в дальнейшем будут активно использоваться:

- 1) АТС — автомобильное транспортное средство;
- 2)  $\rho(t, x)$  — число АТС на единицу длины в момент времени  $t$  в окрестности точки трассы с координатой  $x$  (плотность транспортного потока);
- 3)  $v(t, x)$  — скорость АТС в момент времени  $t$  в окрестности точки трассы с координатой  $x$ ;
- 4)  $Q(\rho)$  — количество АТС, проходящих в единицу времени через заданное сечение (интенсивность транспортного потока).

Зависимость  $Q(\rho)$  также часто называют фундаментальной (основной) диаграммой. Обычно данная зависимость выглядит как на рис. 1.

Провал интенсивности потока при плотностях  $\rho \sim 60 - 115$  шт/км можно объяснить тем, что в этом случае на интенсивность потока существенно влияют перемещения АТС между полосами [3].

## 1.2 Постановка задачи

На графе дорог в известных точках установлены детекторы, которые измеряют среднюю скорость транспортного потока. Некоторая часть АТС оборудована GPS-трекерами (*penetration rate, road coverage* [9]), неточно определяющими их положение (*spatial accuracy* [9]). Под ошибкой GPS-трекера будем понимать следующее: изменение положения автомобиля от правильного равномерно в круге радиуса  $r$  (например, здесь [10] в качестве ошибки рассматривается двумерное нормальное распределение). Необходимо определить границы объема данных и качества данных, влияющих на качество восстановления плотности транспортного потока.

Дополнительно к основной задаче появляются и другие интересные вопросы. Например, каким образом необходимо расположить детекторы для минимизации ошибки определения плотности? Как можно совместно использовать данные для лучшего нахождения плотности транспортного потока?

## 1.3 Обзор литературы

Рассмотрим некоторые связанные с этой темой работы, в которых для вычисления плотности транспортного потока используются данные GPS.

В статье Bin Jiang “Street Hierarchies: A Minority of Streets Account for a Majority of Traffic Flow” [11] на примере одного из европейских городов подробно рассматриваются иерархии улиц и их геометрические и топологические свойства. В исследованиях используются данные с GPS-трекеров, установленных на такси, собранные в течение одной недели с периодом 10 секунд. Замечено, что чем больше скорость автомобиля, тем меньше данных поступает, поэтому применяется корректировка с использованием разницы средней скорости при переезде с одной улицы на другую. В итоге для анализа результатов все координаты автомобильных транспортных средств (АТС), собранные за 24 часа, наносятся на карту, и становится понятно, какие из улиц наиболее загружены. В результате эксперимента получаются интересные выводы. Напри-

мер, через 20% улиц проходит 80% трафика и через 1% улиц проходит примерно 20% трафика. Или у улиц длиной более 100 метров есть регулярность, иначе наблюдается разное поведение потока.

При постановке эксперимента в статье Ian X. Y. Leung, Shu-Yan Chan, Pan Hui, Pietro Lio “Intra-City Urban Network and Traffic Flow Analysis from GPS Mobility Trace” [12] рассматривались два города: Сан-Франциско и Шанхай. При построении пути движения АТС его координата относится к тому или иному ребру графа дорог. Но так как в координатах присутствуют ошибки, то это не всегда происходит правильно. Для борьбы с ошибками предлагаются следующие способы. Во-первых, если АТС едет из точки А в точку В, то можно предположить, что оно поедет по кратчайшему пути, и посчитать этот путь в графе из вершины А в вершину В по алгоритму Дейкстры. Во-вторых, можно использовать сторонний сервис (MapQuest Directions API), который по точкам А и В показывает быстрый путь между ними. После этого проводится анализ: связность графа, корреляции между транспортным потоком и различными величинами (например, количество ресторанов). В итоге получается, что для городов работают разные методы анализа, так как они имеют разницу в дизайне и планировании: структура сетки в Сан-Франциско и более беспорядочная структура в Шанхае.

В статье Saurabh Amin “Using GPS Mobile Phones as Traffic Sensors: A Field Experiment” [4] проводится эксперимент по оценке движения транспортного потока в реальном времени с использованием GPS навигатора, встроенного в мобильный телефон. Для того чтобы информация была более анонимной, в устройства ввели координаты виртуальных линий, по пересечении которых записывались данные о позиции и скорости автомобиля. Движение транспортного потока оценивалось с помощью нелинейных моделей течения. Для проверки точности модели использовался транспортный детектор. Также для проверки точности уже после проведения эксперимента в реальном времени мобильные телефоны записывали положение автомобиля каждые 3 секунды. Качество и точность получаемых данных при использовании виртуальных линий зависит от количества автомобилей оборудованных GPS навигаторами, которые их пересекают. Для проверки этой гипотезы виртуальные линии поместили прямо в место расположения транспортного детектора. Оказалось, что

3%-4% оборудованных автомобилей уже достаточно для получения более-менее точных результатов. В результате авторы приходят к выводу, что телефоны с GPS модулем могут быть успешно использованы в качестве датчиков движения и для этого нужно не так много оборудованных ими автомобилей.

В статье Noelia Caceres “Estimating traffic flow profiles according to a relative attractiveness factor” [5] говорится о методах кластеризации для оценки транспортного потока с использованием географических особенностей дороги. Основная идея состоит в том, чтобы разделить дорогу на различные типы групп с помощью каких-то признаков. Затем для каждой группы по историческим данным вычисляется паттерн потока. Для применения метода достаточно для конкретной области дороги определить группу по ее признакам и затем применить паттерн к этому участку.

## 2 Теоретическое описание

### 2.1 Метод исследования

Рассмотрим два источника данных: транспортные детекторы и GPS-трекеры.

Как уже отмечалось выше, для измерения различных характеристик и определения дорожной ситуации в конкретном ее месте устанавливают транспортные детекторы. Они могут собирать такие данные, как индивидуальная скорость АТС, количество АТС, заполненность (отношение количества времени, когда автомобиль находился под транспортным детектором, к общему времени измерения). Очевидно, недостатком такого подхода является то, что все показатели известны только в определенной точке дороги.

Вторым важным источником данных для определения дорожной ситуации является использование GPS-трекеров, которые широко распространены в последнее время. Недостатками такого подхода являются погрешности измерения приборов (*spatial accuracy*), относительно невысокий процент оборудованных ими АТС (*penetration rate*) и неполнота данных (положение известно лишь в некоторых конкретных точках).

В работе [6] показано, что используя данные положения сотовых телефонов, можно правильно определить дорогу, по которой движется АТС, для 98.4% всех улиц и



для 98.9% всех автомагистралей в Калифорнии, если система определяет положение (*spatial accuracy*) с точностью до 100 метров с интервалом обновления в 1 секунду. А в работе [7] показано, что для достижения хорошего покрытия дороги, в случае автомагистрали необходимо как минимум 3% АТС с известными положениями (*penetration rate*) и в случае улицы — как минимум 5%.

Таким образом, можно выделить три причины получения неточных данных:

- 1) погрешность измерения детектора;
- 2) погрешность измерения GPS-трекера;
- 3) погрешность работы самого алгоритма.

Для более точного подбора подходящего алгоритма решения задачи нужно минимизировать ошибки первых двух типов, поэтому реальные данные не подходят для анализа. Этот факт следует из тех соображений, что в случае возникновения большой ошибки вычисления плотности транспортного потока неясно, что является ее источником: ошибочные показания детектора, высокая погрешность GPS-трекера или же ошибки самого алгоритма. В связи с этим возникает необходимость в генерации искусственных данных и в варьировании параметров, которые применялись при генерации, для определения зависимости точности работы алгоритма от входных данных, поэтому для решения задачи построим имитационную модель транспортного потока. Таким образом, в случае использования имитационной модели можно четко определить все интересующие характеристики транспортной системы, так как в любой момент времени можно просто “посмотреть” на нее и провести измерения. В реальной же ситуации такой возможности нет: есть лишь исторические данные, собранные с помощью неточных приборов.

Исследование будем проводить в несколько этапов. Сначала будем сравнивать плотность, вычисленную с помощью данных детектора, с реальной плотностью транспортного потока. После этого сравним плотность, вычисленную по данным GPS-трекера, с плотностью по данным детектора. Также будем исследовать зависимость между тем, как ошибка в измерении положения АТС GPS-трекерами и процент наличия оборудования влияет на правильность измерения плотности транспортного потока.

## 2.2 Описание конфигурации

Опишем все необходимые параметры, которые будут в дальнейшем использоваться для эксперимента.

Рассмотрим однополосную кольцевую дорогу с длиной трассы  $2 \cdot \pi \cdot R$ . Пусть все параметры объектов, участвующих в транспортной системе, пересчитываются с периодом  $t_{iter}$  (период дискретизации);  $t_a$  — период обновления положения АТС;  $t_{det}$  — период обновления собранной детектором статистики по дорожной ситуации. Пусть также на дороге расположены объекты: множество детекторов  $D$ ; множество АТС  $A$ . Изначально все АТС расположены друг за другом на одинаковом расстоянии.

## 2.3 Измерение качества

Для измерения качества определения плотности транспортного потока выберем интересующий нас участок дороги длиной  $L$  метров. В течение всего времени  $T$  симуляции дорожного движения будем измерять плотность на этом участке и строить график ее зависимости от времени. Для определения ошибки измерения плотности потока методом №1 относительно метода №2 будем использовать формулу 1, то есть это отношение невязки плотности.

$$Q = \frac{\sum_{i=0}^{T/dt} |f(i \cdot t_{iter}) - g(i \cdot t_{iter})| \cdot dt}{\sum_{i=0}^{T/dt} f(i \cdot t_{iter}) \cdot dt} \quad (1)$$

## 2.4 Вычисление плотности

В зависимости от исходных данных будем вычислять плотность одним из следующих способов.

1. Измерение истинного значения плотности.

В каждый момент времени определяем точное значение количества автомобилей  $n$ , находящихся на интересующем нас участке дороги, и вычисляем значение плотности по формуле:

$$\rho = \frac{n}{L}. \quad (2)$$

2. Измерение плотности на основе данных детектора.

С периодом  $t_{det}$  считаем суммарную скорость  $V_{sum}$  и количество автомобилей  $n$ , проехавших под детектором. Тогда из определения плотности следует:

$$\rho = \frac{n}{S} = \frac{n}{V_{avr} \cdot t_{det}} = \frac{n}{\frac{V_{sum}}{n} \cdot t_{det}} = \frac{n^2}{V_{sum} \cdot t_{det}}. \quad (3)$$

3. Измерение плотности на основе данных GPS-трекера.

Можно выделить два основных способа подсчета плотности транспортного потока на основе данных GPS-трекера: 1) отслеживание количества попавших в интересующую нас область дороги АТС для определения плотности; 2) вычисление средней скорости движения АТС в выделенной нами области и применение различных функционалов для определения плотности.

Минусами первого подхода, очевидно, является тот факт, что далеко не все АТС оборудованы GPS-трекерами, поэтому вычисленное значение плотности будет пропорционально зависеть от их доли. Другая проблема заключается в том, что нам не известна эта доля оборудованных GPS-трекерами АТС, иначе можно было бы просто разделить значение плотности на процент АТС с GPS-трекерами и получить реальное значение плотности транспортного потока (при условии равномерного распространения оборудования).

Минусами второго подхода (как и первого) является возможность неравномерного распределения оборудования среди АТС и погрешность измерения. Все остальное зависит уже от метода вычисления плотности.

Здесь параллельно возникает следующая интересная задача: каким образом расположение светофоров влияет на точность определения плотности транспортного потока? Насколько важно отношение времени того, когда горит зеленый свет, ко времени работы красного света. Где лучше всего следует расположить детектор: до светофора, после или прямо в одной точке вместе с ним?

## 2.5 Пересчет физических параметров участников дорожного движения

Отметим некоторые особенности пересчета физических параметров объектов (светофоры, АТС, детекторы), которые участвуют в эксперименте.

С пересчетом характеристик светофора и сбором статистики детектором все относительно просто, поэтому не будем заострять внимание на этих объектах. Наибольший интерес представляют АТС, для которых необходимо заново обновлять положение, скорость и ускорение на каждой итерации симуляции со временем дискретизации  $t_a$ . Все эти параметры пересчитываются исходя из физических законов:

$$V_i = V_{i-1} + a_{i-1} \cdot t_a, \quad (4)$$

$$s_i = V_{i-1} \cdot t_a + a_{i-1} \cdot \frac{t_a^2}{2}, \quad (5)$$

где  $a_{i-1}$ ,  $V_{i-1}$  — ускорение, скорость АТС на предыдущем шаге соответственно;  $a_i$ ,  $V_i$ ,  $s_i$  — ускорение, скорость, пройденное расстояние АТС на текущем шаге соответственно.

Особенность описанной выше конфигурации в том, что дорога является окружностью, поэтому положение АТС пересчитывается следующим образом:

$$\beta_i = \frac{s_i}{R}, \quad (6)$$

$$x_i = C_x + R \cdot \cos(\alpha_{i-1} + \beta_i), \quad (7)$$

$$y_i = C_y + R \cdot \sin(\alpha_{i-1} + \beta_i), \quad (8)$$

где  $C_x$ ,  $C_y$  — абсцисса и ордината центра окружности,  $\alpha_{i-1}$  — угол положения АТС в предыдущий момент времени,  $\beta_i$  — текущий угол смещения автомобиля за время  $t_a$ .

Самый изменчивый параметр АТС — ускорение  $a$ , через него уже выражаются все остальные параметры. Будем изменять ускорение по следующим правилам:

- 1) пока скорость АТС не достигла некоторого максимума  $V_{max}$ , ускорение будет иметь значение  $a_1$ , иначе считаем ускорение равным 0;
- 2) если впереди АТС на расстоянии  $L_v$  возникает какое-то препятствие в виде, например, светофора или другого АТС, то ускорение пересчитывается согласно модели «следования за лидером».

Все параметры подбираются опытным путем, исходя из физических особенностей АТС.

## 2.6 Модель следования за лидером

Для имитации движения АТС будем использовать модель следования за лидером. Принцип простейшей модели следования за лидером в следующем: ускорение  $n$ -го АТС прямо пропорционально разности скоростей  $(n + 1)$ -го АТС с коэффициентом пропорциональности обратно пропорциональным расстоянию до впереди идущего АТС. То есть:

$$a_n(t + \tau) = \alpha \frac{v_{n+1}(t) - v_n(t)}{s_{n+1}(t) - s_n(t)}, \quad \alpha > 0, \quad (9)$$

где  $\alpha$  — коэффициент чувствительности, характеризующий скорость реакции водителя.

Данная модель была предложена в 1959 году сотрудниками компании Дженерал Моторс.

## 2.7 Измерение плотности на основе данных GPS-трекера

Для измерения плотности на основе GPS-трекеров будем использовать следующие модели, которые устанавливают зависимость между скоростью транспортного потока и его плотностью. Оптимальные параметры подбираются по сетке.

1. Модель Танака [8].

$$\rho(v) = \frac{1}{d(v)}, \quad (10)$$

$$d(v) = L + c_1 v + c_2 v^2, \quad (11)$$

где  $d(v)$  — среднее (безопасное) расстояние между АТС,  $L$  — средняя длина АТС,  $c_1$  — время, характеризующее реакцию водителя,  $c_2$  — коэффициент пропорциональности тормозному пути. При нормальных условиях (сухой асфальт):  $L = 4.5$ ,  $c_1 = 0.504$ ,  $c_2 = 0.0285$ .

2. Модель Гриндшилдса [2].

$$\rho = \rho_{max} \left( 1 - \frac{v}{v_{max}} \right) + c, \quad (12)$$

где  $\rho_{max}$  — максимальная плотность потока (при отсутствии движения),  $v_{max}$  — максимальная скорость движения АТС (при пустой дороге).

3. Модель Гринберга [2].

$$\rho = \rho_{max} e^{-\frac{v}{c}}, \quad (13)$$

где  $C$  — неотрицательная константа с размерностью скорости.

4. Модель Гриндшилдса-Гринберга [2].

$$\rho = \rho_{max} \left(1 - \frac{v}{v_{max}}\right)^{\frac{2}{n+1}}, \quad n \leq 0, \quad (14)$$

где  $\rho_{max}$  — максимальная плотность потока (при отсутствии движения),  $v_{max}$  — максимальная скорость движения АТС (при пустой дороге).

5. Модель Гриндшилдса-Гринберга (другой вид формулы) [2].

$$\rho = \rho_{max} \left(1 - (n+1) \frac{v}{c} \rho_{max}^{-(n+1)/2}\right)^{\frac{2}{n+1}}, \quad n \neq -1, n \neq 1 \quad (15)$$

где  $\rho_{max}$  — максимальная плотность потока (при отсутствии движения),  $v_{max}$  — максимальная скорость движения АТС (при пустой дороге),  $C$  — неотрицательная константа с размерностью скорости.

### 3 Вычислительные эксперименты

Так как в начале движения транспортный поток еще не пришел в состояние равновесия, то измерение плотности будет производиться не сначала запуска системы, а с какого-то момента (этот порог подбирается визуально по графику вычисления плотности транспортного потока). После этого параметры модели будут выбираться по сетке таким образом, чтобы они доставляли минимум невязке плотности. Чтобы уменьшить случайность в экспериментах, будем проводить их несколько раз (100 раз) и усреднять полученные результаты. Дополнительно введем распределение на начальные условия:

$$v_{max} \sim U[60\text{км/ч}, 80\text{км/ч}] \quad (16)$$

Ниже приведены результаты относительной ошибки вычисления плотности транспортного потока для различных моделей. Найдена граница процента оборудования GPS-трекерами АТС, после которой перестает происходить существенное

уменьшение этой ошибки (примерно 7 процентов). Также были проведены эксперименты с использованием светофора.

### 3.1 Значения параметров

Для расчетов будем использовать параметры, указанные в таблице 1. Начальная конфигурация указана на рисунке 2: кольцевая дорога, с установленными на ней транспортными детекторами, и исходное положение АТС.

Таблица 1: Значения параметров для проведения экспериментов.

Параметр	Значение
Длина трассы $L$ (радиус кольца $R$ )	12566 м (2000 м)
Максимальная скорость $v_{max}$	$\sim U[60\text{км/ч}, 80\text{км/ч}]$
Максимальная плотность $\rho_{max}$	115 шт/км
Количество итераций	600000
Период дискретизации $t_{iter}$	0.01 с
Период обновления положения АТС $t_a$	180.0 с
Период обновления статистики детектора $t_{det}$	180.0 с
Длина участка дороги $L$ для измерения плотности	1000.0 м
Количество АТС $n$	120 шт.

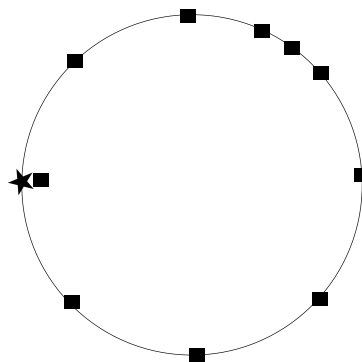


Рис. 2: Начальная конфигурация: направление движения по часовой стрелке, прямоугольники — положения детекторов, звездочка — начальное положение АТС.

## 3.2 Результаты эксперимента

**Модель Танака (Модель №1)** Напомним вид формулы:

$$\rho(v) = \frac{1}{d(v)}, \quad (17)$$

$$d(v) = L + c_1v + c_2v^2 \quad (18)$$

Оптимальные значения параметров, подобранных по сетке, указаны в таблице 2. Результаты вычисления плотности транспортного потока по средней скорости с использованием модели Танака показаны в таблицах 3 и 4 и на графике 3.

Таблица 2: Оптимальные значения параметров для модели Танака

Параметр	Оптимальное значение	Сетка
L	11.4 м	$1 \cdot 5.7, 2 \cdot 5.7, \dots, 10 \cdot 5.7$ , где 5.7 м — длина АТС
$a_1$	0.9 м/с	0.1, 0.2, ... , 1.0
$a_2$	0.3 м/с <sup>2</sup>	0.1, 0.2, ... , 1.0

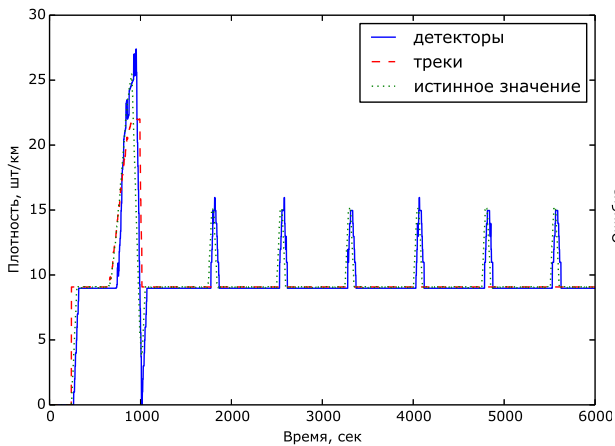
Таблица 3: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Танака

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м				
	0	5	10	15	20
10	0.053	0.054	0.055	0.055	0.057
20	0.053	0.053	0.054	0.055	0.055
30	0.053	0.053	0.054	0.054	0.055
40	0.053	0.053	0.054	0.054	0.054
50	0.053	0.053	0.054	0.054	0.053
60	0.053	0.053	0.053	0.053	0.054
70	0.053	0.053	0.053	0.053	0.054
80	0.053	0.053	0.053	0.053	0.054
90	0.053	0.053	0.053	0.054	0.054
100	0.053	0.053	0.053	0.054	0.054

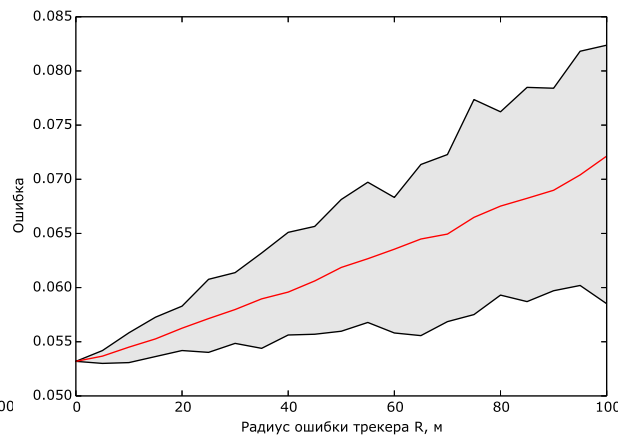


Таблица 4: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Танака

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.772	0.772	0.772	0.772	0.772	0.772	0.773	0.773	0.773	0.773
2	0.692	0.693	0.692	0.693	0.693	0.693	0.693	0.693	0.693	0.693
3	0.532	0.532	0.532	0.533	0.533	0.533	0.532	0.533	0.533	0.532
4	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.334	0.333	0.334	0.333
5	0.133	0.133	0.133	0.134	0.134	0.134	0.134	0.135	0.134	0.136
6	0.133	0.133	0.134	0.134	0.133	0.133	0.134	0.135	0.133	0.134
7	0.053	0.053	0.053	0.054	0.054	0.054	0.055	0.055	0.055	0.056
8	0.053	0.054	0.053	0.053	0.054	0.054	0.054	0.054	0.055	0.055
9	0.053	0.053	0.053	0.054	0.053	0.054	0.054	0.054	0.054	0.055
10	0.053	0.053	0.053	0.054	0.053	0.053	0.054	0.054	0.054	0.054



(а) Плотность транспортного потока



(б) Относительная ошибка плотности транспортного потока (среднее значение и стандартное отклонение)

Рис. 3: Модель Танака (Модель №1).

**Модель Гриндшилдса (Модель №2)** Напомним вид формулы:

$$\rho = \rho_{max} \left( 1 - \frac{v}{v_{max}} \right) + c \quad (19)$$

Оптимальные значения параметров, подобранных по сетке, указаны в таблице 5. Результаты вычисления плотности транспортного потока по средней скорости с использованием модели Гриндшилдса показаны в таблицах 6 и 7 и на графике 4.

Таблица 5: Оптимальные значения параметров для модели Гриндшилдса

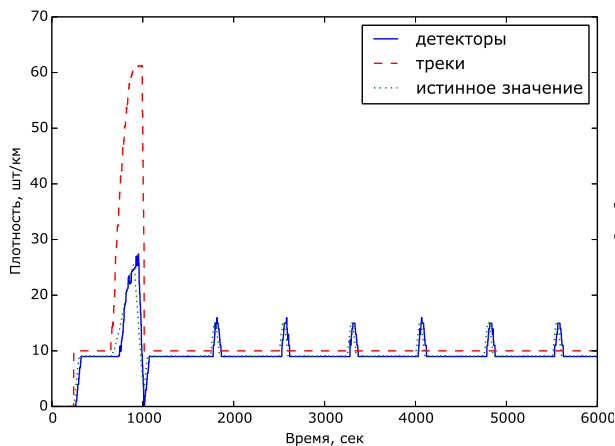
Параметр	Оптимальное значение	Сетка
c	10 шт/км	1, 2, ... , 10

Таблица 6: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Гриндшилдса

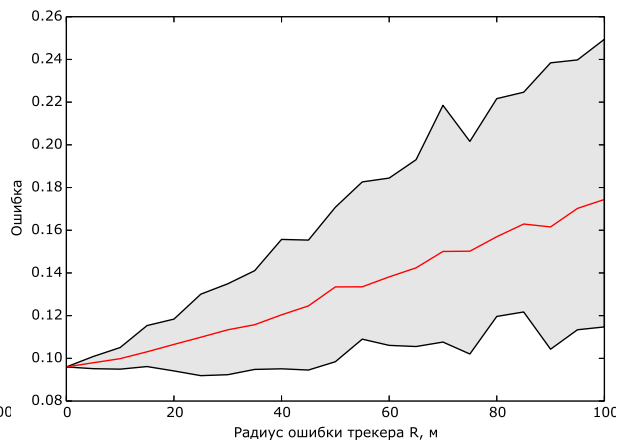
АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м				
	0	5	10	15	20
10	0.087	0.088	0.094	0.093	0.098
20	0.087	0.088	0.091	0.091	0.091
30	0.087	0.087	0.089	0.090	0.089
40	0.087	0.088	0.088	0.089	0.094
50	0.087	0.087	0.088	0.089	0.088
60	0.087	0.088	0.089	0.089	0.087
70	0.087	0.088	0.087	0.089	0.088
80	0.087	0.087	0.087	0.088	0.090
90	0.087	0.087	0.087	0.089	0.090
100	0.087	0.087	0.088	0.090	0.090

Таблица 7: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Гриндшилдса

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.761	0.761	0.761	0.763	0.761	0.763	0.762	0.757	0.759	0.758
2	0.689	0.689	0.689	0.689	0.690	0.689	0.690	0.687	0.688	0.688
3	0.527	0.527	0.527	0.526	0.526	0.527	0.526	0.530	0.526	0.525
4	0.347	0.347	0.348	0.347	0.348	0.348	0.353	0.349	0.351	0.353
5	0.168	0.168	0.170	0.170	0.169	0.172	0.173	0.175	0.171	0.172
6	0.168	0.169	0.170	0.171	0.169	0.169	0.171	0.174	0.171	0.170
7	0.096	0.097	0.097	0.097	0.097	0.098	0.103	0.101	0.101	0.103
8	0.096	0.097	0.096	0.098	0.098	0.098	0.098	0.100	0.100	0.099
9	0.096	0.096	0.097	0.099	0.098	0.100	0.099	0.099	0.099	0.106
10	0.096	0.097	0.097	0.097	0.097	0.097	0.100	0.101	0.099	0.097



(а) Плотность транспортного потока



(б) Относительная ошибка плотности транспортного потока (среднее значение и стандартное отклонение)

Рис. 4: Модель Гриндшилдса (Модель №2).

**Модель Гринберга (Модель №3)** Напомним вид формулы:

$$\rho = \rho_{max} e^{-\frac{v}{c}} \quad (20)$$

Оптимальные значения параметров, подобранных по сетке, указаны в таблице 8. Результаты вычисления плотности транспортного потока по средней скорости с использованием модели Гринберга показаны в таблицах 9 и 10 и на графике 5.

Таблица 8: Оптимальные значения параметров для модели Гринберга

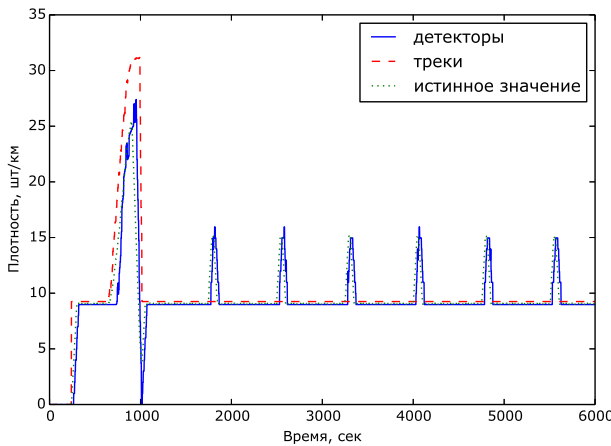
Параметр	Оптимальное значение	Сетка
c	7 м/с	1, 2, ... , 10

Таблица 9: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Гринберга

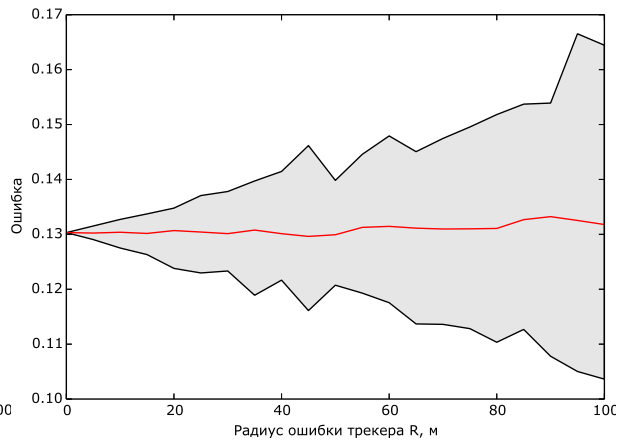
АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м				
	0	5	10	15	20
10	0.112	0.112	0.111	0.112	0.111
20	0.112	0.112	0.113	0.110	0.111
30	0.112	0.112	0.112	0.112	0.110
40	0.112	0.112	0.112	0.112	0.113
50	0.112	0.112	0.112	0.112	0.112
60	0.112	0.112	0.112	0.112	0.111
70	0.112	0.112	0.112	0.112	0.111
80	0.112	0.112	0.111	0.112	0.112
90	0.112	0.112	0.112	0.112	0.112
100	0.112	0.112	0.112	0.113	0.112

Таблица 10: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Гринберга

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.758	0.759	0.758	0.759	0.759	0.759	0.758	0.757	0.759	0.757
2	0.692	0.692	0.691	0.692	0.692	0.692	0.692	0.690	0.691	0.691
3	0.530	0.531	0.531	0.530	0.530	0.530	0.530	0.531	0.531	0.530
4	0.364	0.364	0.364	0.363	0.363	0.363	0.364	0.363	0.364	0.366
5	0.197	0.197	0.197	0.198	0.196	0.198	0.198	0.199	0.198	0.194
6	0.197	0.197	0.197	0.197	0.197	0.197	0.197	0.197	0.198	0.197
7	0.130	0.130	0.130	0.129	0.130	0.130	0.132	0.130	0.130	0.130
8	0.130	0.131	0.130	0.131	0.131	0.130	0.130	0.130	0.129	0.129
9	0.130	0.130	0.131	0.131	0.130	0.131	0.130	0.129	0.131	0.132
10	0.130	0.131	0.130	0.130	0.131	0.131	0.131	0.131	0.130	0.129



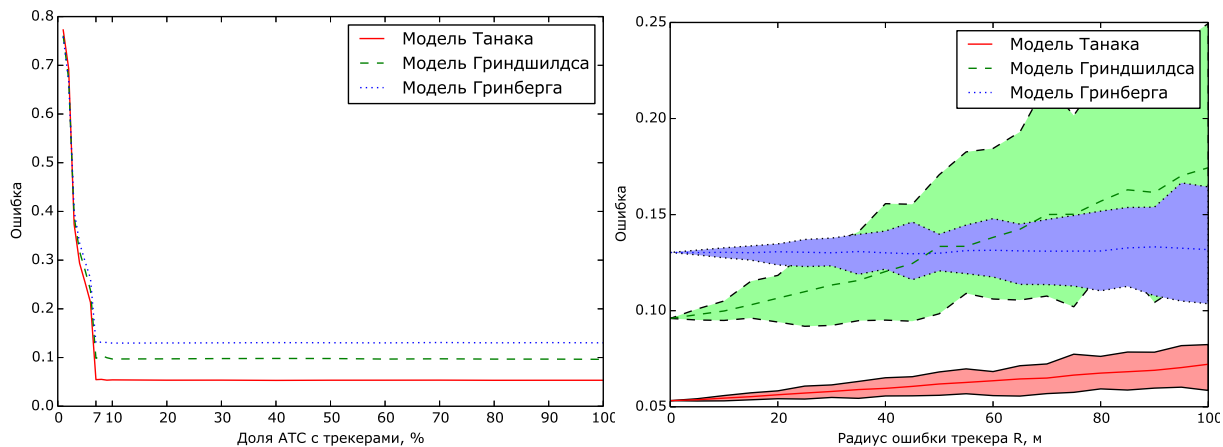
(а) Плотность транспортного потока



(б) Относительная ошибка плотности транспортного потока (среднее значение и стандартное отклонение)

Рис. 5: Модель Гринберга (Модель №3).

**Сравнение моделей** Рассмотрим более подробно, как изменяется ошибка измерения плотности потока при фиксированном значении радиуса ошибки определения местоположения АТС  $R$ , а также при фиксированном значении  $P$  доли АТС с трекерами для всех моделей сразу, см. график 6.



(а) При фиксированном уровне ошибки детектора  $R = 10$  (б) При фиксированной доле АТС с оборудованием  $P = 7\%$

Рис. 6: Сравнение относительной ошибки вычисления плотности потока.

### 3.3 Результаты эксперимента со светофором

Теперь исследуем качество определения плотности транспортного потока при наличии светофора в дорожной сети. Для этого непосредственно перед участком, на котором измеряется плотность, поместим светофор с одинаковым временем горения зеленого и красного света  $t_{green} = t_{red} = t$ . Ниже приведены результаты работы предложенного метода.

**Модель Танака (Модель №1)** Оптимальные значения параметров, подобранных по сетке, указаны в таблице 11. Результаты вычисления плотности транспортного потока по средней скорости с использованием модели Танака показаны в таблицах 12 и 13 и на графике 7.

Таблица 11: Оптимальные значения параметров для модели Танака в эксперименте со светофором

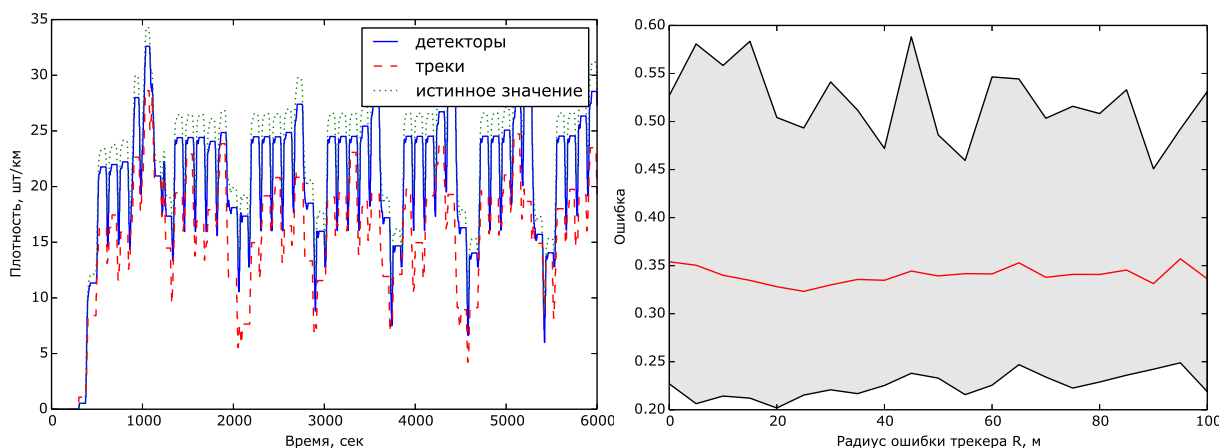
Параметр	Оптимальное значение	Сетка
L	11.4 м	$1 \cdot 5.7, 2 \cdot 5.7, \dots, 10 \cdot 5.7$ , где 5.7 м — длина АТС
$a_1$	0.9 м/с	0.1, 0.2, ... , 1.0
$a_2$	0.3 м/с <sup>2</sup>	0.1, 0.2, ... , 1.0

Таблица 12: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Танака в эксперименте со светофором

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м				
	0	5	10	15	20
10	0.339	0.332	0.334	0.342	0.331
20	0.270	0.274	0.276	0.281	0.276
30	0.268	0.270	0.268	0.272	0.275
40	0.272	0.268	0.269	0.273	0.274
50	0.270	0.270	0.270	0.274	0.278
60	0.274	0.272	0.270	0.275	0.277
70	0.274	0.271	0.274	0.274	0.276
80	0.274	0.272	0.272	0.276	0.277
90	0.273	0.272	0.273	0.275	0.278
100	0.274	0.273	0.273	0.275	0.277

Таблица 13: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Танака в эксперименте со светофором

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.881	0.879	0.876	0.878	0.877	0.879	0.874	0.873	0.873	0.876
2	0.777	0.776	0.773	0.777	0.777	0.782	0.771	0.773	0.760	0.765
3	0.694	0.699	0.685	0.689	0.675	0.693	0.695	0.685	0.690	0.691
4	0.615	0.626	0.616	0.629	0.616	0.616	0.626	0.606	0.602	0.601
5	0.514	0.509	0.520	0.515	0.500	0.505	0.506	0.499	0.502	0.510
6	0.472	0.478	0.476	0.473	0.464	0.475	0.466	0.459	0.459	0.460
7	0.439	0.440	0.434	0.436	0.423	0.436	0.428	0.423	0.432	0.432
8	0.406	0.418	0.404	0.416	0.403	0.409	0.414	0.402	0.403	0.401
9	0.378	0.376	0.389	0.386	0.373	0.382	0.387	0.371	0.379	0.378
10	0.361	0.343	0.348	0.355	0.339	0.353	0.351	0.344	0.344	0.325



(а) Плотность транспортного потока

(б) Относительная ошибка плотности транспортного потока (среднее значение и стандартное отклонение)

Рис. 7: Модель Танака (Модель №1).



**Модель Гриндшилдса (Модель №2)** Оптимальные значения параметров, подобранных по сетке, указаны в таблице 14. Результаты вычисления плотности транспортного потока по средней скорости с использованием модели Гриндшилдса показаны в таблицах 15 и 16 и на графике 8.

Таблица 14: Оптимальные значения параметров для модели Гриндшилдса в эксперименте со светофором

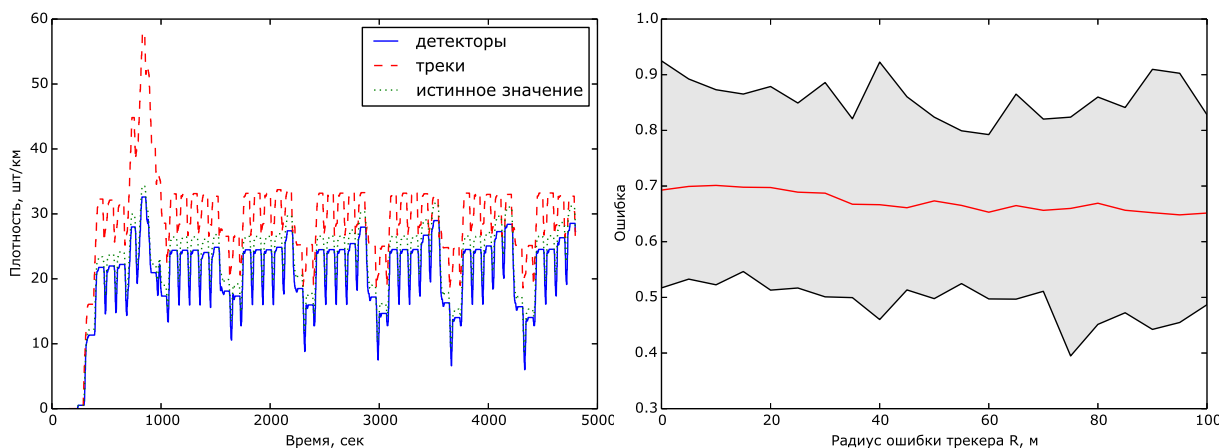
Параметр	Оптимальное значение	Сетка
с	0 шт/км	1, 2, ... , 10

Таблица 15: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Гриндшилдса в эксперименте со светофором

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м				
	0	5	10	15	20
10	0.689	0.692	0.696	0.676	0.694
20	0.674	0.682	0.674	0.666	0.670
30	0.651	0.655	0.652	0.649	0.647
40	0.642	0.644	0.645	0.640	0.640
50	0.639	0.643	0.639	0.638	0.634
60	0.630	0.638	0.633	0.632	0.625
70	0.626	0.632	0.631	0.631	0.623
80	0.626	0.631	0.631	0.630	0.624
90	0.625	0.629	0.630	0.628	0.622
100	0.624	0.630	0.629	0.626	0.621

Таблица 16: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Гриндшилдса в эксперименте со светофором

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.919	0.922	0.908	0.915	0.916	0.916	0.923	0.916	0.922	0.924
2	0.860	0.853	0.871	0.858	0.860	0.842	0.857	0.874	0.863	0.869
3	0.823	0.823	0.824	0.805	0.810	0.827	0.805	0.822	0.824	0.819
4	0.780	0.785	0.785	0.787	0.799	0.797	0.782	0.794	0.777	0.801
5	0.741	0.749	0.739	0.747	0.740	0.740	0.742	0.744	0.757	0.747
6	0.723	0.732	0.730	0.742	0.730	0.718	0.723	0.739	0.746	0.734
7	0.721	0.736	0.725	0.729	0.725	0.706	0.708	0.729	0.723	0.730
8	0.716	0.718	0.714	0.713	0.720	0.716	0.714	0.710	0.725	0.719
9	0.707	0.704	0.705	0.723	0.715	0.697	0.719	0.711	0.700	0.702
10	0.682	0.698	0.697	0.694	0.705	0.690	0.703	0.681	0.693	0.707



(а) Плотность транспортного потока

(б) Относительная ошибка плотности транспортного потока (среднее значение и стандартное отклонение)

Рис. 8: Модель Гриндшилдса (Модель №2).

**Модель Гринберга (Модель №3)** Оптимальные значения параметров, подобранных по сетке, указаны в таблице 17. Результаты вычисления плотности транспортного потока по средней скорости с использованием модели Гринберга показаны в таблицах 18 и 19 и на графике 9.

Таблица 17: Оптимальные значения параметров для модели Гринберга в эксперименте со светофором

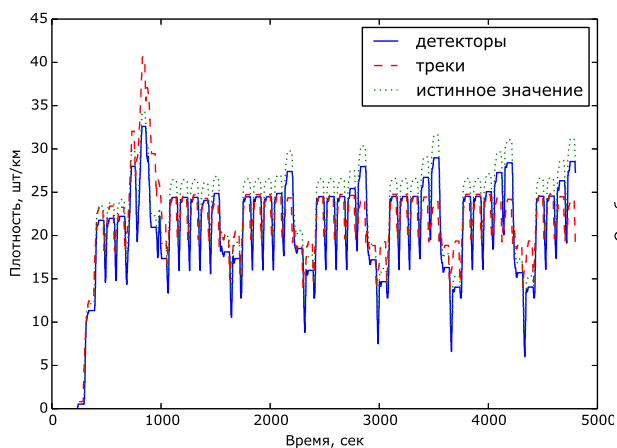
Параметр	Оптимальное значение	Сетка
с	7 м/с	1, 2, ... , 10

Таблица 18: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Гринберга в эксперименте со светофором

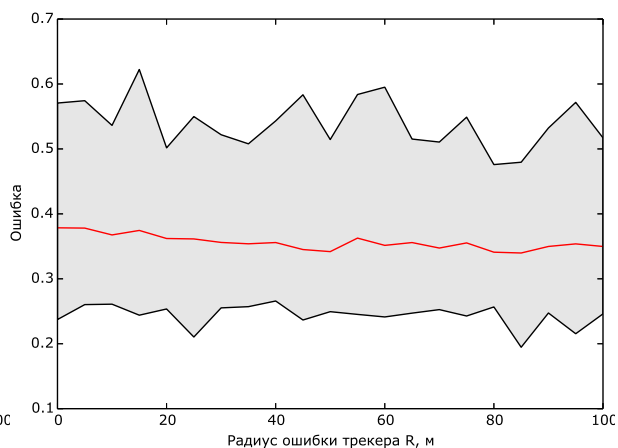
АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м				
	0	5	10	15	20
10	0.382	0.378	0.382	0.370	0.367
20	0.255	0.276	0.277	0.277	0.282
30	0.229	0.253	0.258	0.256	0.271
40	0.226	0.244	0.248	0.252	0.254
50	0.223	0.236	0.244	0.247	0.247
60	0.218	0.237	0.243	0.244	0.245
70	0.214	0.235	0.241	0.246	0.242
80	0.215	0.234	0.242	0.242	0.243
90	0.214	0.232	0.239	0.243	0.241
100	0.214	0.232	0.238	0.242	0.241

Таблица 19: Относительная ошибка вычисления плотности потока для модели Гринберга в эксперименте со светофором

АТС с GPS, %	Радиус ошибки, м									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.894	0.896	0.893	0.893	0.895	0.892	0.892	0.897	0.893	0.893
2	0.807	0.803	0.802	0.802	0.804	0.799	0.813	0.793	0.800	0.805
3	0.730	0.736	0.735	0.729	0.714	0.729	0.735	0.731	0.719	0.720
4	0.656	0.666	0.659	0.655	0.667	0.652	0.667	0.652	0.656	0.666
5	0.551	0.546	0.549	0.549	0.563	0.554	0.554	0.561	0.533	0.550
6	0.508	0.515	0.517	0.512	0.503	0.500	0.501	0.501	0.501	0.504
7	0.482	0.467	0.474	0.473	0.488	0.477	0.491	0.474	0.470	0.477
8	0.439	0.444	0.442	0.437	0.446	0.453	0.433	0.449	0.441	0.451
9	0.421	0.417	0.421	0.420	0.413	0.412	0.411	0.409	0.418	0.411
10	0.377	0.382	0.383	0.383	0.364	0.368	0.382	0.381	0.377	0.370



(а) Плотность транспортного потока



(б) Относительная ошибка плотности транспортного потока (среднее значение и стандартное отклонение)

Рис. 9: Модель Гринберга (Модель №3).

### 3.4 Обсуждение и выводы

По приведенным выше результатам экспериментальных расчетов можно сделать следующие выводы. Модель Танака (модель №1) лучше моделей Гриндшилдса и Гринберга (модели №2 и №3) вычисляет плотность транспортного потока: у нее меньше как среднее значение относительной ошибки, так и дисперсия. Также существует ярко выраженная граница в 7% доли оборудованных приборами для определения местоположения АТС, необходимых для расчета плотности транспортного потока. При меньшем количестве АТС относительная ошибка существенно возрастает. При точности определения положения АТС до 100м относительная ошибка вычисления плотности АТС увеличивается на 2%.

В работе [7] показано, что для достижения хорошего покрытия дороги необходимо 3%–5% (в зависимости от топологии дорожной сети) АТС с оборудованием для измерения положения. Проблема заключается в том, насколько часто и как точно считывать показания приборов. В представленном же в данной работе эксперименте учитывались все эти факторы одновременно и параметры были максимально приближены к реальным значениям. Таким образом, можно утверждать, что существует модель (модель Танака), которая при доле АТС  $\geq 7\%$ , оборудованных приборами для измерения положения с точностью до 40 метров, позволяет определить плотность транспортного потока по отношению к детектору с ошибкой  $\leq 7\%$ .

Также были проведены эксперименты по вычислению плотности транспортного потока при наличии светофора в дорожной сети. В этом случае поток прерывается, поэтому необходимо оборудовать приборами для определения местоположения больший процент АТС.

## 4 Заключение

Основные результаты, которые были получены в работе:

- Реализована имитационная модель дорожного движения для исследования плотности транспортного потока.

- Предложена схема эксперимента по комплексированию данных, полученных с помощью транспортных детекторов и GPS-трекеров, для восстановления плотности транспортного потока.
- Предложен метод восстановления плотности транспортного потока по данным детектора и по данным координат транспортных детекторов.
- Получены предельные экспертные оценки границы доли АТС и границы точности определения местоположения, необходимых для расчета параметров транспортного потока.

## Список литературы

- [1] *Воронцов К. В., Чехович Ю. В.* Интеллектуальный анализ данных в задачах моделирования транспортных потоков // Введение в математическое моделирование транспортных потоков. Под общ. ред.: Гасников А. В. — М.: МЦНМО, 2013. — С. 226–249.
- [2] *Иносэ Х., Т. Хамада.* Управление дорожным движением. — М.: Транспорт, 1983. — 248 с.
- [3] *Гасников А. В.* Введение в математическое моделирование транспортных потоков. — М.: МФТИ, 2010. — 361 с.
- [4] *Amin S.* Mobile century. using gps mobile phones as traffic sensors: a field experiment // 15th World Congress on Intelligent Transportation Systems. — New York City, NY, USA, 2008.
- [5] *Caceresa N., Romerob L. M., Benitez F. G.* Estimating traffic flow profiles according to a relative attractiveness factor // *Energy efficient transportation networks.* — 2012. — Vol. 54, no. 4. — Pp. 1115–1124.
- [6] *Cayford R., Johnson T.* Operational parameters affecting use of anonymous cell phone tracking for generating traffic information // Institute of transportation studies for the 82th TRB Annual Meeting. — 2003.
- [7] *Dai X., Ferman M., Roesser R.* A simulation evaluation of a real-time traffic information system using probe vehicles // In Proceedings of the IEEE Intelligent Transportation Systems. — 2003. — Pp. 475–480.
- [8] *Gartner N. H., Messer C. J.* Traffic flow theory: A state-of-the-art report. — Washington DC: Transportation Research Board, 2002.
- [9] *Hoh B., Gruteser M., Xiong H.* Preserving privacy in gps traces via uncertainty-aware path cloaking // ACM Conf. Computer and Comm. Security. — 2007.
- [10] *Jerde C. L., Visscher D. R.* Gps measurement error influences on movement model parameterization // *Ecological Applications.* — 2005. — Vol. 15, no. 3. — Pp. 806–810.

- [11] *Jiang B.* Street hierarchies: A minority of streets account for a majority of traffic flow // *Int. J. Geogr. Inf. Sci.* — 2009. — Pp. 1033–1148.
- [12] *Leung I. X. Y., Chan S. Y., Hui P.* Intra-city urban network and traffic flow analysis from gps mobility trace // *arXiv:1105.5839*. — 2011.