

# Машинное обучение

## Домашнее задание №1

**Задача 1.** Пусть  $X$  и  $Y$  — случайные величины, связанные соотношением  $Y = aX + b$ . Вычислите коэффициент корреляции между  $X$  и  $Y$ .

**Задача 2.** Покажите, что область, в которой все точки имеют одинаковых  $k$  ближайших соседей, представляет собой выпуклый многогранник (для евклидовой метрики).

**Задача 3.** Вычислите отношение объема шара с центром в нуле и единичным диаметром к объему единичного гиперкуба с центром в нуле в 100-мерном пространстве.

Допустим, объекты выборки выбираются равномерно из этого гиперкуба. Какого размера в среднем должна быть выборка, чтобы внутри вписанного в гиперкуб шара оказался хотя бы один объект?

Подсказка: объем шара равен  $\frac{\pi^{d/2}(\frac{1}{2})^d}{(\frac{d}{2})!}$  для четных  $d$ .

**Задача 4.** Изобразите линии уровня функции  $f(x) = \rho_p(x, 0)$  манхэттенской метрики ( $p = 1$ ) и метрики Чебышева ( $p = \infty$ ) в двумерном пространстве ( $d = 2$ ).