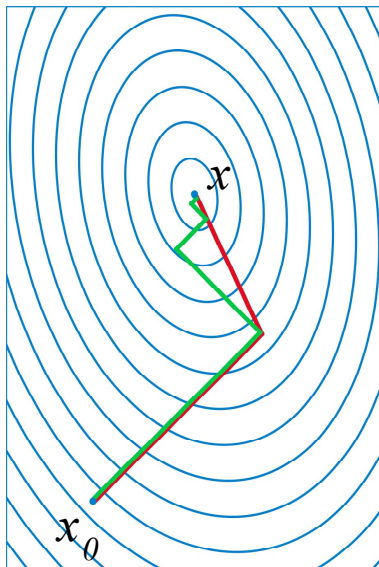


Лекция 4. Метод сопряжённых градиентов

Курс «Методы оптимизации в машинном обучении»

12 октября 2015 г.

Метод сопряжённых градиентов vs. Градиентный спуск



Вход: $\mathbf{x}_0, \varepsilon$;

Выход: Решение СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$;

Вычислить $\mathbf{g}_0 = A\mathbf{x}_0 - \mathbf{b}$, $\mathbf{d}_0 = -\mathbf{g}_0$, $\mathbf{u}_0 = A\mathbf{d}_0$;

для $k = 0, 1, \dots, \#iter$

$$\alpha_k = \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{d}_k^T \mathbf{u}_k};$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k;$$

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{g}_k + \alpha_k \mathbf{u}_k;$$

если $\|\mathbf{g}_{k+1}\| < \varepsilon$ то

$$\mathbf{x}_* = \mathbf{x}_{k+1};$$

Выход из цикла;

$$\beta_k = \frac{\mathbf{g}_{k+1}^T \mathbf{g}_{k+1}}{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k};$$

$$\mathbf{d}_{k+1} = -\mathbf{g}_{k+1} + \beta_k \mathbf{d}_k;$$

$$\mathbf{u}_{k+1} = A\mathbf{d}_{k+1};$$

Вход: \hat{x}_0, ε ;

Выход: $\hat{x}_* : C^{-T}AC^{-1}\hat{x}_* = C^{-T}b$;

$$\hat{g}_0 = C^{-T}AC^{-1}\hat{x}_0 - C^{-T}b;$$

$$\hat{d}_0 = -\hat{g}_0;$$

$$\hat{u}_0 = C^{-T}AC^{-1}\hat{d}_0;$$

для $k = 0, 1, \dots, \#iter$

$$\alpha_k = \frac{\hat{g}_k^T \hat{g}_k}{\hat{d}_k^T \hat{u}_k};$$

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + \alpha_k \hat{d}_k;$$

$$\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k + \alpha_k \hat{u}_k;$$

если $\|\hat{g}_{k+1}\| < \varepsilon$ то

$\hat{x}_* = \hat{x}_{k+1}$; Выход;

$$\beta_k = \frac{\hat{g}_{k+1}^T \hat{g}_{k+1}}{\hat{g}_k^T \hat{g}_k};$$

$$\hat{d}_{k+1} = -\hat{g}_{k+1} + \beta_k \hat{d}_k;$$

$$\hat{u}_{k+1} = C^{-T}AC^{-1}\hat{d}_{k+1};$$

Вход: x_0, ε ;

Выход: $x_* : Ax_* = b$;

$$g_0 = Ax_0 - b, My_0 = g_0;$$

$$d_0 = -y_0;$$

$$u_0 = Ad_0;$$

для $k = 0, 1, \dots, \#iter$

$$\alpha_k = \frac{g_k^T y_k}{d_k^T u_k};$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k;$$

$$g_{k+1} = g_k + \alpha_k u_k;$$

$$My_{k+1} = g_{k+1};$$

если $\|g_{k+1}\| < \varepsilon$ то

$x_* = x_{k+1}$; Выход;

$$\beta_k = \frac{g_{k+1}^T y_{k+1}}{g_k^T y_k};$$

$$d_{k+1} = -y_{k+1} + \beta_k d_k;$$

$$u_{k+1} = Ad_{k+1};$$