

Разбор задач по Matlab

В задании было указано, что при решении задач циклами пользоваться запрещено, поэтому все решения с использованием циклов не засчитывались. За использование в решениях информации о виде входных данных, приведенных в примерах, баллы снимались.

Ниже приводятся рекомендуемые варианты решения. Во всех задачах более громоздкие, но приводящие к верному результату варианты ответов тоже засчитывались.

1. Даны две строки x и y одинаковой длины. Определить количество индексов, для которых элементы в обеих строках ненулевые. Определить количество индексов, для которых хотя бы один из двух элементов ненулевой.

```
x = [1, 0, 2, 7, 0, 6, 1], y = [0, 8, 0, 3, 0, 5, 0],  
output: 2, 6
```

Варианты решения первой части задания:

```
% Равенство нулю проверяется с помощью x == 0, функция isNull здесь не причем  
sum(x ~= 0 & y ~= 0) % & - поэлементное И, не путать с all()  
sum(x.*y ~= 0)  
sum(~~(x.*y)) % сравнить с sum(~~x.*y)
```

Второй:

```
sum(x ~= 0 | y ~= 0) % | - поэлементное ИЛИ, не путать с any()  
sum(abs(x) + abs(y) ~= 0)
```

Распространенные неверные варианты:

```
length(find(x + y > 0)) % не учтен вариант x + y < 0  
%find(x) находит индексы ненулевых элементов, find(x > 0) - положительных  
length(find(x+y)) % контрпример: x = -y  
sum(find(x.*y)) % либо sum(x.*y ~= 0), либо length(find(x.*y))
```

Также были предложены варианты с `any()`, `all()`. Здесь они ничем помочь не могут, так как `any/all` вычисляют логическое ИЛИ/И для элементов вектора, но не находят индексов или количества нулей в нем:

```
any([0, 1, 0]) = 1, all([0, 1, 0]) = 0  
% предложенный вариант:  
all(x.*y > 0) + all(x.*y < 0) % --> 0 + 0 = 0
```

2. Объединить две матрицы A и B с одинаковым количеством столбцов, расположив значения первого столбца получившейся матрицы в порядке возрастания:

```
A = [[1, 2, 3]; [2, 5, 6]], B = [[4, 0, 0]; [1, 3, 4]; [3, 7, 8]]  
output = [[1, 2, 3]; [1, 3, 4]; [2, 5, 6]; [3, 7, 8]; [4, 0, 0]]
```

Решение:

```
sort([A; B]) % sort(A) упорядочивает массив A по первой размерности
```

Были попытки объединить матрицы с помощью `union`. В данном случае `union` использовать нельзя, так как `union(A, B)` возвращает уникальные элементы из объединения значений `A` и `B`, а не “сшивает” матрицы, как показано в примере.

3. В вектор-строке `x` повторить каждый элемент `N` раз подряд.

```
x = [1, 7, 4], N = 3
output = [1, 1, 1, 7, 7, 7, 4, 4, 4]
```

Решение:

```
reshape(repmat(x, N, 1), 1, N*length(x))
```

либо

```
y = repmat(x, N, 1) % y = [1, 7, 4; 1, 7, 4; 1, 7, 4]
y(:) % транспонируем, чтобы получить строку
```

Решение этой задачи с использованием констант (например, 3, 9 и даже 4) оценивалось в полбалла.

4. В вектор-строке `x` найти максимальный элемент среди тех, перед которыми стоит нулевой.

```
x = [0, 1, 0, 0, 7, 8, 0, 4, 0]
output = 7
```

Распространенный, но неверный вариант решения (частично засчитывался):

```
idx = find(x == 0) + 1 % idx = [2 4 5 8 10]
max(x(idx)) % --> Index exceeds matrix dimensions: length(x) = 9
```

Решение:

```
% проверяем условие x(i) = x(i-1) для всех элементов x, начиная со второго.
% Первый элемент нас не интересует (так как перед первым ничего не стоит),
% поэтому idx(1) = false:
```

```
idx = [false, diff(x) == x(2:end)] % idx = [0 1 0 1 1 0 0 0 1 0]
max(x(idx))
```

5. В вектор-строке `x` заполнить каждый нулевой элемент предыдущим ненулевым значением.

```
x = [1, 0, 0, 7, 0, 0, 0, 4, 0]
output = [1, 1, 1, 7, 7, 7, 7, 4, 4]
```

Решение:

```
idx = find(x) % idx = [1 4 8]
y = zeros(size(x));
y(idx(2:end)) = x(idx(1:end-1)) % y = [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 7, 0]
cumsum(x) - cumsum(y) % [1, 1, 1, 8, 8, 8, 8, 12, 12] - [0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 8, 8]
```

6. К строке 'sin(alpha) =' добавить вычисленное для заданного alpha значение синуса:

```
alpha = pi/4
output = ['sin(alpha) = 0.7071']
```

Решение:

```
['sin(alpha) =', str2num(sin(alpha))]
```

Текстовые строки – это вектор-строки символов, их можно объединять так же как и числовые векторы. Для объединения строки с числом достаточно преобразовать число в строку. Функции `printf` в матлабе нет.

7. Вычислить приближенное значение функции $f(x) = \ln(1+x)$ в точке x_0 с помощью разложения в ряд Фурье N -го порядка в окрестности нуля:

$$\ln(1+x) \approx \sum_{n=1}^N \frac{(-x)^n}{n}.$$

Решения с циклами засчитаны не были, необходимо было воспользоваться операциями поэлементного деления и возведения в степень:

```
sum( (repmat(-x, 1, n).^ (1:n)) ./ (1:n) )
```

8. В чем разница между $x = [0:0.01*2*\pi:2*\pi]$ и $x = \text{linspace}(0, 2*\pi, 100)$?

`linspace(a, b, n)` автоматически подбирает длину интервала, разбивая отрезок $[a, b]$ на n частей. При использовании $[a:\text{step}:b]$ длина интервала `step` задается в явном виде, частота разбиения равна примерно $(b-a)/\text{step} + 1$. “Примерно”, потому что $(b-a)$ не обязательно делится на `step`. Например:

```
[0:0.3:1] --> [0 0.3 0.6 0.9]
```

9. Дана выборка объектов – матрица X «объекты-признаки» размера $m \times n$ (m – количество объектов, n – количество признаков). Найти выборочное среднее и ковариационную матрицу этой выборки, не пользуясь функциями `mean` и `cov`.

Решение: воспользовавшись формулой среднего значения для столбца x_j матрицы X

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_{ij},$$

найдем выборочное среднее для всех столбцов матрицы X :

```
meanX = sum(X)/size(X,1); % size(X, 1) вместо length(X) на случай m < n
```

Ковариационную матрицу по выборке X можно приблизить как $X^{\circ T} X^{\circ}$, где

$$X_{ij}^{\circ} = X_{ij} - \bar{x}_j.$$

```
circX = X - repmat(meanX, size(X,1), 1);
covX = circX'*circX;
```